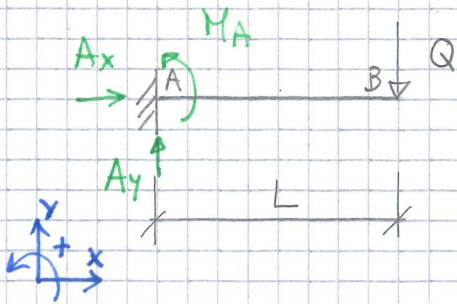


TB_SRM1. Correction Exercice 1 Chapitre 2

Calcul des Réactions d'appui

①

a)



Encastrement en A $\Rightarrow$ 3 inconnues A_x , A_y et M_A

$$\vec{R}_A = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{M}_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_A \end{pmatrix}$$

$$\cdot \sum \vec{F} = \vec{0} : \vec{R}_A + \vec{Q} = \vec{0}$$

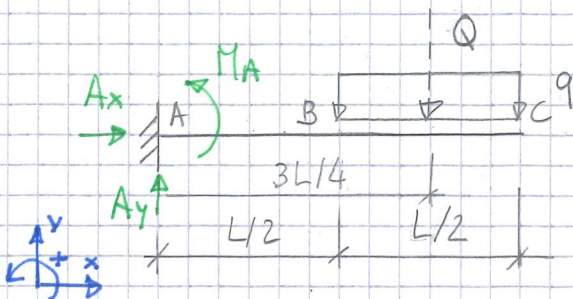
$$\sum F_x = 0 : \underline{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - Q = 0 \Rightarrow \underline{A_y = Q}$$

$$\cdot \sum \vec{M}_A = \vec{0} : \vec{AB} \wedge \vec{Q} + \vec{M}_A = \vec{0}$$

$$\sum M_A = 0 : -Q \cdot L + M_A = 0 \Rightarrow \underline{M_A = Q \cdot L}$$

b).



On remplace la charge répartie par:
 - sa résultante $Q = q \cdot \frac{L}{2}$
 (surface du rectangle)
 - agissant au centre de gravité
 du rectangle: $\frac{L}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{3L}{4}$

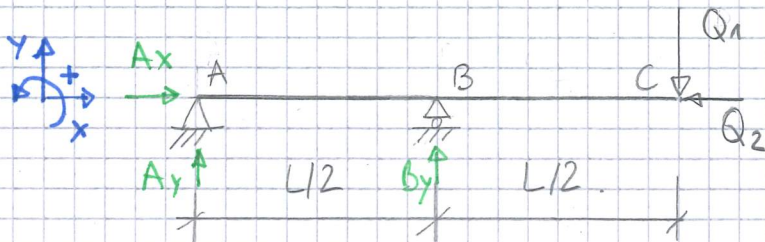
Encastrement en A: $\Rightarrow$ 3 inconnues A_x , A_y , M_A

$$\sum F_x = 0 : \underline{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - q \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \underline{A_y = q \cdot \frac{L}{2}}$$

$$\sum M_A = 0 : M_A - q \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{3L}{4} = 0 \Rightarrow \underline{M_A = \frac{3}{8} q \cdot L^2}$$

c).



$$\vec{Q}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -Q_1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \vec{Q}_2 \begin{pmatrix} -Q_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Appui fixe en A $\Rightarrow$ 2 inconnues A_x, A_y

Appui à rouleur en B $\Rightarrow$ 1 inconnue B_y

$$\vec{R}_A \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ 0 \end{pmatrix} ; \vec{R}_B \begin{pmatrix} 0 \\ B_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

À l'équilibre: $\sum \vec{F} = \vec{0}$ et $\sum \vec{M} = \vec{0}$

$$\bullet \sum \vec{F} = \vec{0} : \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$$

$$\sum F_x = 0 : A_x - Q_2 = 0 \Rightarrow \underline{A_x = Q_2}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y + B_y - Q_1 = 0 \Rightarrow A_y = Q_1 - B_y$$

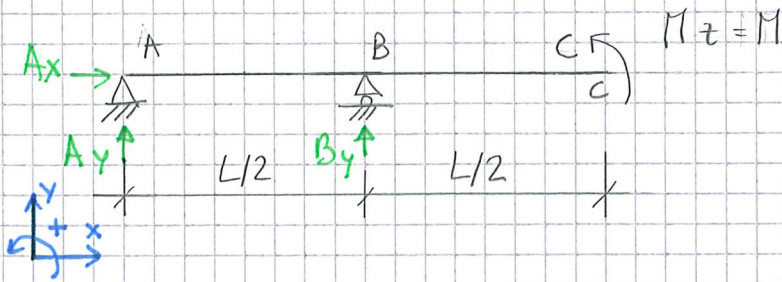
$$\bullet \sum \vec{M}_A = \vec{0} : \vec{AB} \wedge \vec{R}_B + \vec{AC} \wedge \vec{Q}_1 + \vec{AC} \wedge \vec{Q}_2 = 0$$

$$\sum M_A = 0 : B_y \cdot \frac{L}{2} - Q_1 \cdot L + Q_2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \underline{B_y = 2Q_1}$$

$$\Rightarrow \underline{A_y = Q_1 - 2Q_1 = -Q_1}$$

Le signe $\ominus$ de A_y indique que la réaction d'appui agit dans le sens opposé à celui dessiné

d).



Appui fixe en A : $\Rightarrow$ 2 inconnues A_x et A_y

Appui à roulement en B $\Rightarrow$ 1 inconnue B_y

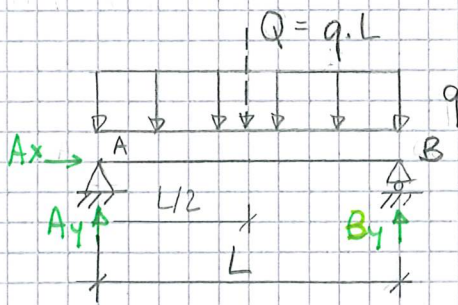
$$\sum F_x = 0 : \underline{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y + B_y = 0 \Rightarrow A_y = -B_y$$

$$\sum M_A = 0 : B_y \cdot \frac{L}{2} + M = 0 \Rightarrow \underline{B_y = -\frac{2M}{L}}$$

$$\Rightarrow \underline{A_y = \frac{2M}{L}}$$

e).



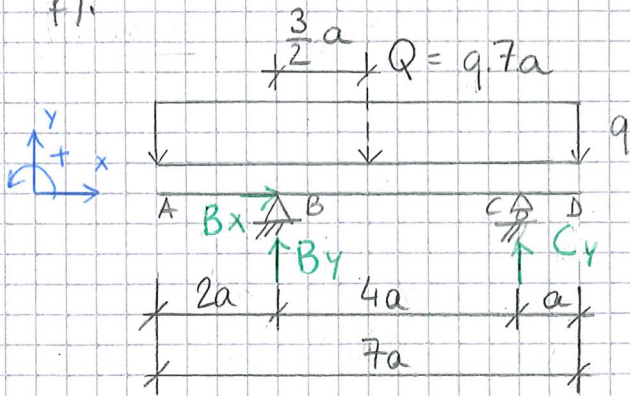
2 inconnues en A : A_x, A_y

1 inconnue en B : B_y

La charge répartie est remplacée par une charge ponctuelle $Q = q \cdot L$ placée à $\frac{L}{2}$ de A

la structure est symétrique, chargée à mi-travée $\Rightarrow A_y = B_y = \frac{1}{2} qL$
 $A_x = 0$

f).



$$q = 20 \text{ kN/m}$$

$$a = 2 \text{ m}$$

On remplace la charge répartie par
 - sa résultante $Q = q \cdot 3a$
 - agissant à $\frac{3a}{2}$ de A

Appui fixe en B $\Rightarrow B_x, B_y$

Appui à roulement en C $\Rightarrow C_y$

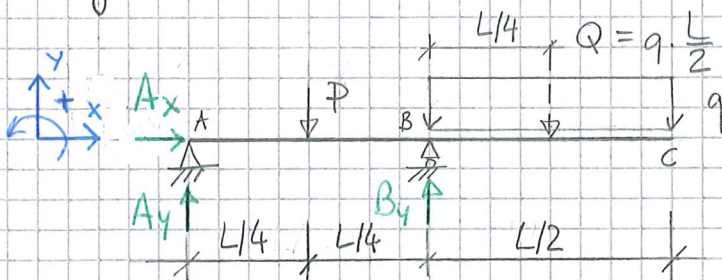
$$\sum F_x = 0 : B_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 : B_y + C_y - q \cdot 3a = 0 \Rightarrow B_y = q \cdot 3a - C_y$$

$$\sum M_B = 0 : -q \cdot 3a \cdot \frac{3a}{2} + C_y \cdot 4a = 0 \Rightarrow C_y = q \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} a = 20 \cdot \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 4} 2 = 105 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow B_y = q \cdot 3a - C_y = 20 \cdot 7 \cdot 2 - 105 = 175 \text{ kN}$$

g).



$$L = 10 \text{ m}$$

$$q = 15 \text{ kN/m}, P = 100 \text{ kN}$$

On remplace la charge répartie par
 - sa résultante $Q = q \cdot \frac{L}{2}$
 - située à $\frac{L}{4}$ de B.

Appui fixe en A $\Rightarrow A_x, A_y$

Appui à roulement en B $\Rightarrow B_y$

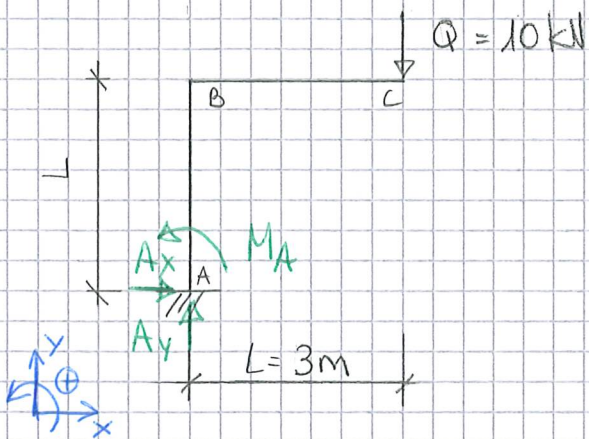
$$\sum F_x = 0 : A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - P + B_y - q \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow A_y = P + q \cdot \frac{L}{2} - B_y$$

$$\sum M_A = 0 : -P \cdot \frac{L}{4} + B_y \cdot \frac{L}{2} - q \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{3L}{4} = 0 \Rightarrow B_y = \frac{P}{2} + q \cdot \frac{3L}{4} = \frac{100}{2} + 15 \cdot \frac{3 \cdot 10}{2} = 162,5 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow A_y = 100 + 15 \cdot \frac{10}{2} - 162,5 = 12,5 \text{ kN}$$

h)



Encastrement en A $\Rightarrow$ 3 inconnues A_x, A_y, M_A

$$\sum F_x = 0: \underline{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0: A_y - Q = 0 \Rightarrow \underline{A_y = Q = 10 \text{ kN}}$$

$$\sum M_A = 0: M_A - Q \cdot L = 0 \Rightarrow \underline{M_A = QL = 10 \cdot 3 = 30 \text{ kN.m}}$$