

TB_SRM2 : Structure et résistance des matériaux 2

Chapitre 6. Flexion



Buvette d'Evian, Novarina - Ketoff - Prouvé, 1957, photo Merlini EPFL-TSAM



Archi Legno

ECHELLE GLOBALE

Modéliser le problème à résoudre :

- Identifier les appuis et leurs réactions
- Identifier les actions mécaniques et leur point d'application



Calculer les réactions d'appuis

Equilibre global de la structure
(Principe fondamental de la statique)



ECHELLE DU MATERIAU (LOCALE)

$$\sigma < \sigma_{adm}$$
$$\tau < \tau_{adm}$$

Contraintes

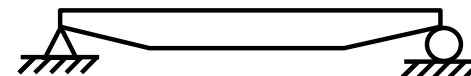
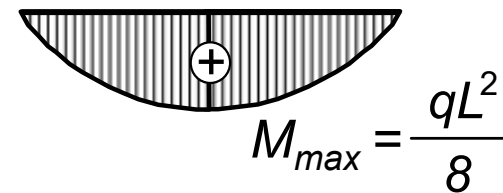
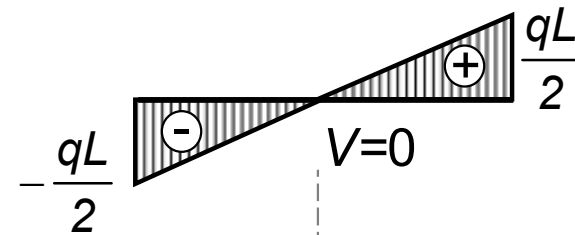
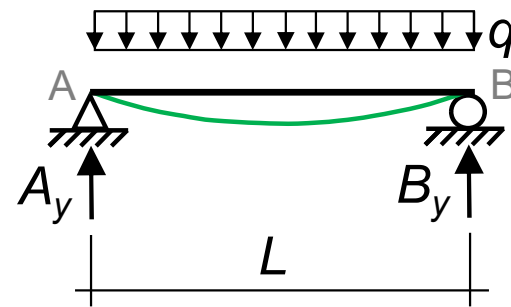
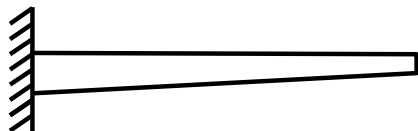
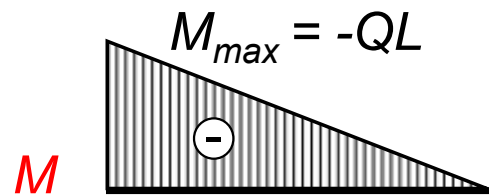
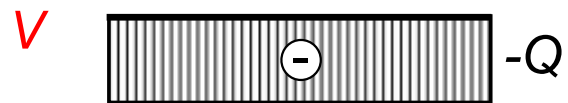
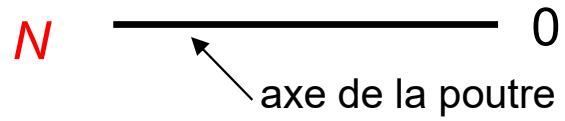
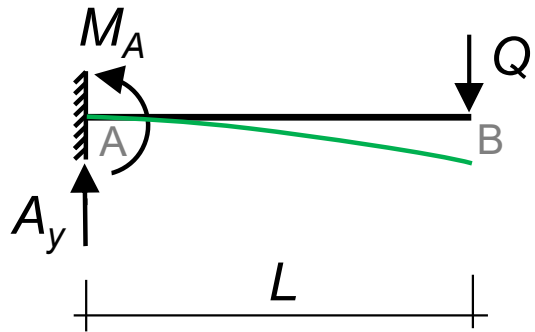
Critères de
dimensionnement

$$w < w_{lim}$$

Déformations

ECHELLE DE LA SECTION

Déterminer les sollicitations dans les poutres
Efforts intérieurs ou de cohésion
(Coupure fictive + équilibre d'une partie)



Objectif du chapitre

Déterminer une relation entre les **efforts intérieurs de flexion** (échelle section) et **l'état de contrainte** (échelle locale) dans une section droite permettant de **dimensionner** les poutres sollicitées **en flexion**.

Plan du chapitre

- **Introduction**
- Types de flexion
- Essai de flexion
- Contraintes normales
- Critères de dimensionnement

Exemples de poutres



*Baldaqin place de la gare, Marchwell Valentino
Marchisella, Berne, 2008*



Archi Legno



Aéroport de Barajas, Rogers, Madrid, 2005



Pont sur la Mentue, GVH, Notheinsen, BG, Tremblet, 1999

Exemples de sections droites de poutre

- Acier



- Bois

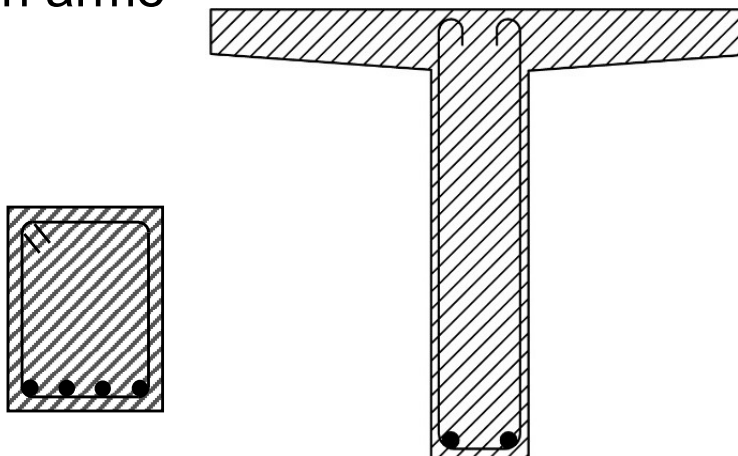


bois rond

bois scié

bois lamellé-collé
(équarri, massif)

- Béton armé



- Matériaux composites
profilés pultrudés standards

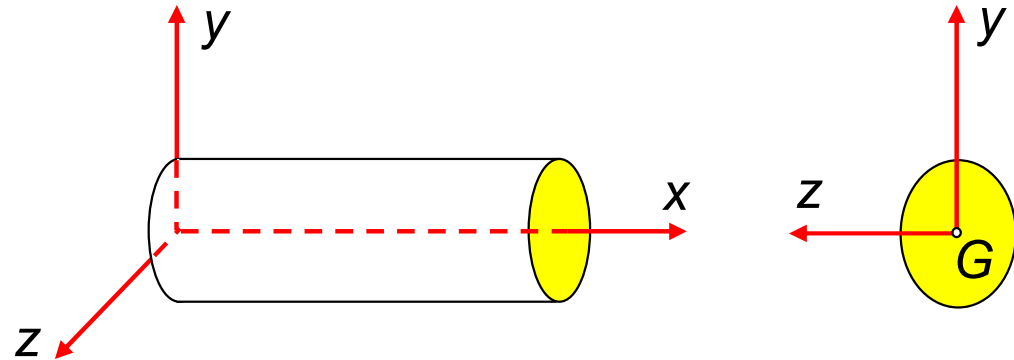


fiberline.com

Hypothèses

Poutres

- Axe (fibre moyenne) droit
- Section droite constante
- Repère local (G, x, y, z)
- Les axes (G, y) et (G, z) sont des axes principaux d'inertie



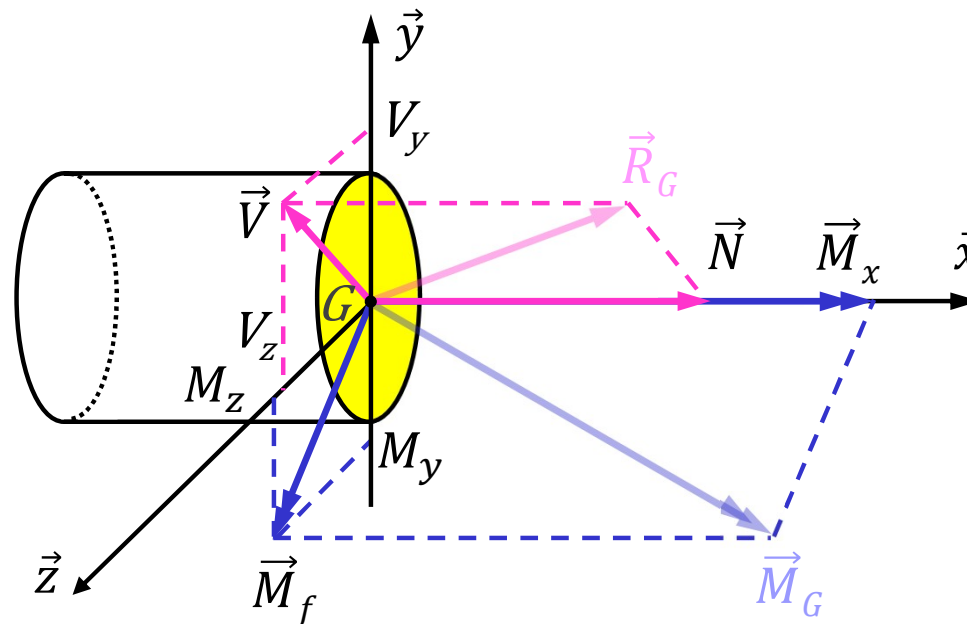
Matériau

- Continu
- Homogène
- Elastique
- Linéaire

Déformations

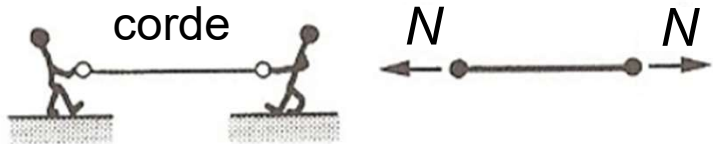
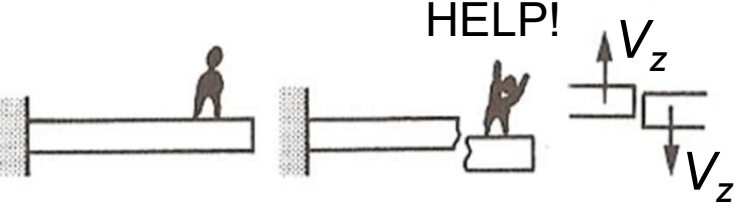
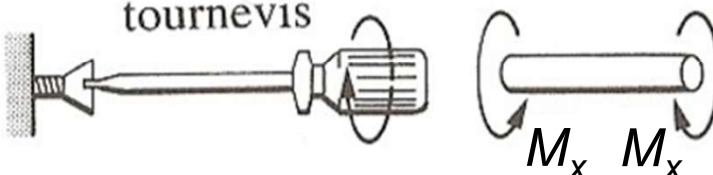
- Hypothèse de Saint-Venant
- Hypothèse de Navier Bernouilli

Efforts intérieurs dans l'espace

 N : Effort normal (dans la direction x) **V_y** : Effort tranchant dans la direction y **V_z** : Effort tranchant dans la direction z **M_x** : Moment de torsion (autour de x) **M_y** : Moment de flexion autour de y **M_z** : Moment de flexion autour de z 

$$\begin{cases} \vec{R}_G = N \cdot \vec{x} + V_y \cdot \vec{y} + V_z \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_G = M_x \cdot \vec{x} + M_y \cdot \vec{y} + M_z \cdot \vec{z} \end{cases}$$

Efforts intérieurs et leur effet

Effort intérieur	Illustration et modélisation	Déformation associée
N	 corde	allongement (traction) racourcissement (compression)
V_y, V_z	 HELP!	déformation transversale ou glissement
M_x	 tournevis	rotation relative des sections, déformation en hélice
M_y, M_z		courbure

Objectif du chapitre

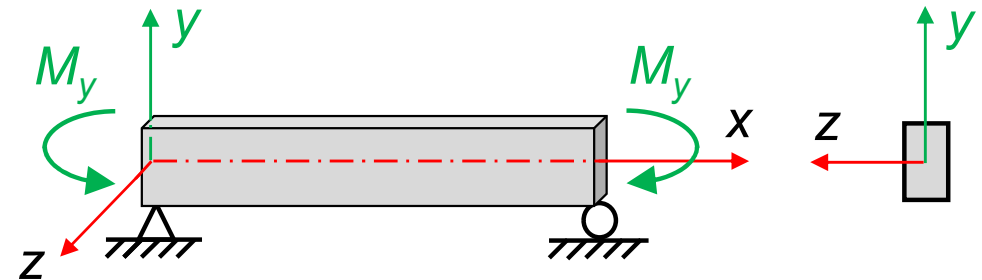
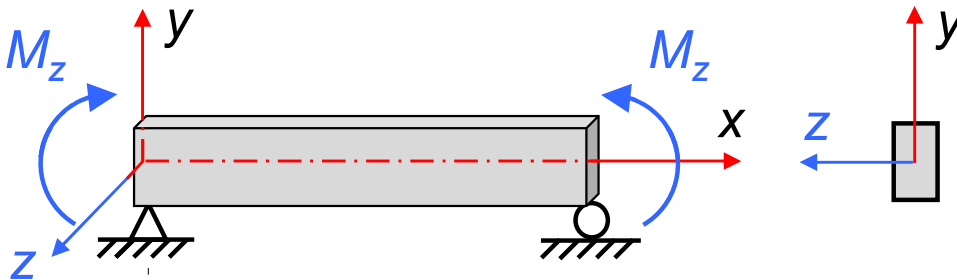
Déterminer une relation entre les **efforts intérieurs de flexion** (échelle section) et **l'état de contrainte** (échelle locale) dans une section droite permettant de **dimensionner** les poutres sollicitées **en flexion**.

Plan du chapitre

- Introduction
- **Types de flexion**
- Essai de flexion
- Contraintes normales
- Critères de dimensionnement

Flexion pure

Poutre soumise à un moment fléchissant constant (M_y ou M_z).



$$\vec{R}_G \begin{cases} N = 0 \\ V_y = 0 \\ V_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_G \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 0 \\ M_z \neq 0 \end{cases}$$

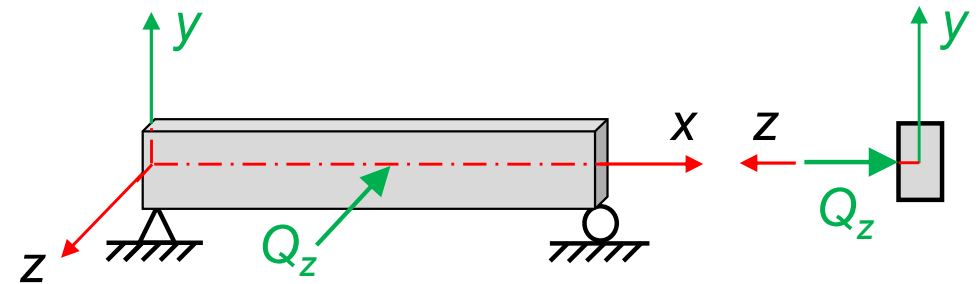
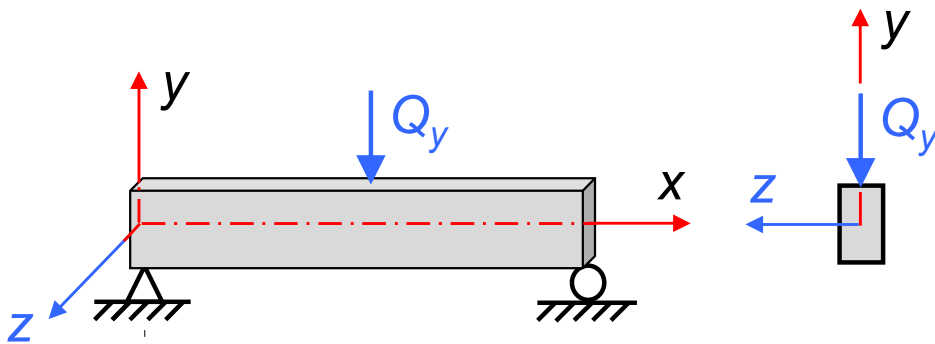
$$\vec{R}_G \begin{cases} N = 0 \\ V_y = 0 \\ V_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_G \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y \neq 0 \\ M_z = 0 \end{cases}$$

OU

Flexion simple

Poutre soumise à un effort tranchant V_y et à un moment fléchissant M_z
(ou à V_z et M_y).



$$\vec{R}_G \begin{cases} N = 0 \\ V_y \neq 0 \\ V_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_G \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 0 \\ M_z \neq 0 \end{cases}$$

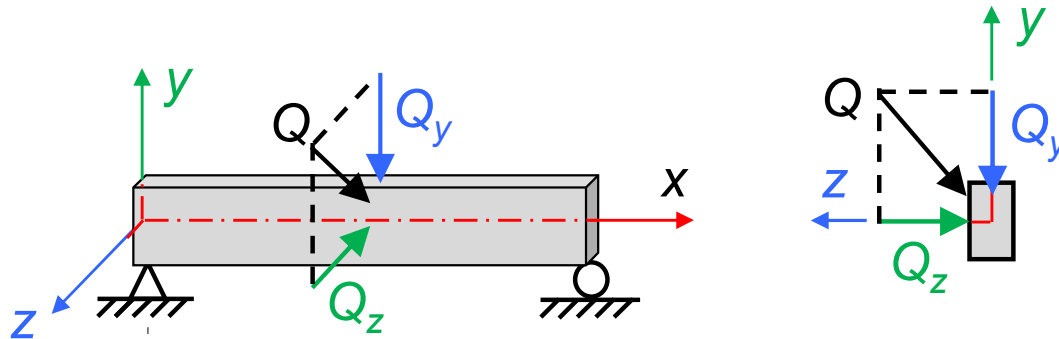
$$\vec{R}_G \begin{cases} N = 0 \\ V_y = 0 \\ V_z \neq 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_G \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y \neq 0 \\ M_z = 0 \end{cases}$$

OU

Flexion oblique

Poutre soumise aux efforts tranchants V_y , V_z et aux moments fléchissants M_y , M_z .



$$\vec{R}_G \begin{cases} N = 0 \\ V_y \neq 0 \\ V_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_G \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 0 \\ M_z \neq 0 \end{cases}$$

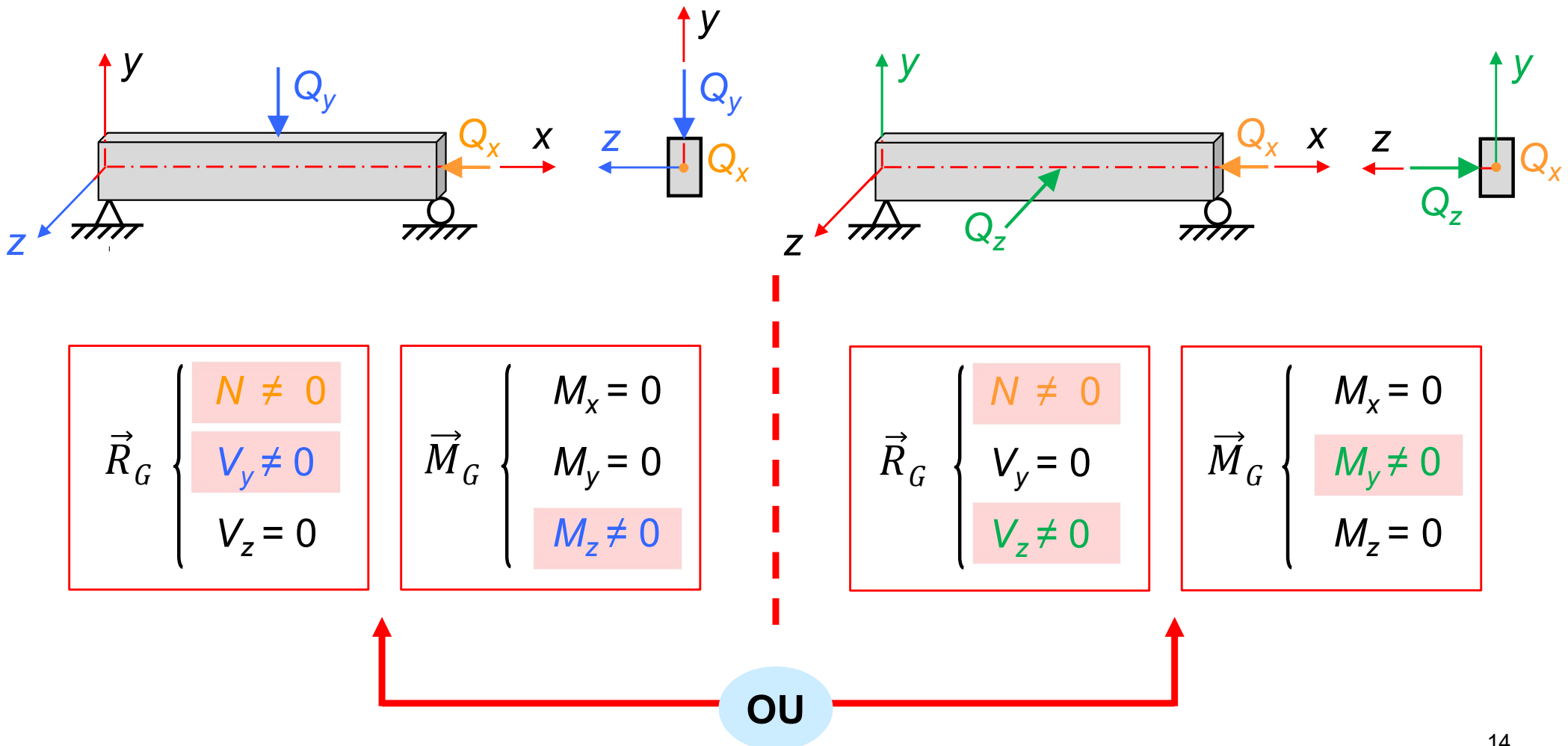
$$\vec{R}_G \begin{cases} N = 0 \\ V_y = 0 \\ V_z \neq 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_G \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y \neq 0 \\ M_z = 0 \end{cases}$$

ET

Flexion composée

Poutre soumise à un effort normal N , à un effort tranchant V_y et à un moment fléchissant M_z (ou/et à V_z et M_y).



Objectif du chapitre

Déterminer une relation entre les **efforts intérieurs de flexion** (échelle section) et **l'état de contrainte** (échelle locale) dans une section droite permettant de **dimensionner** les poutres sollicitées **en flexion**.

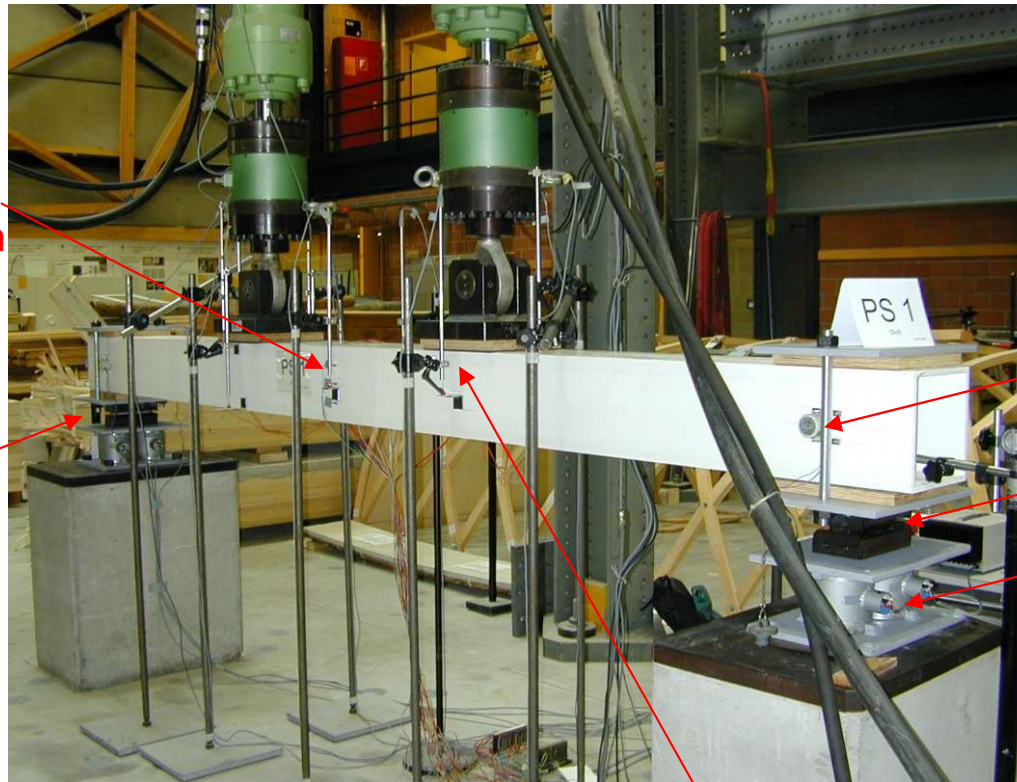
Plan du chapitre

- Introduction
- Types de flexion
- **Essai de flexion**
- Contraintes normales
- Critères de dimensionnement

2 vérins

jauges de
déformation

appui



inclinomètre

appui

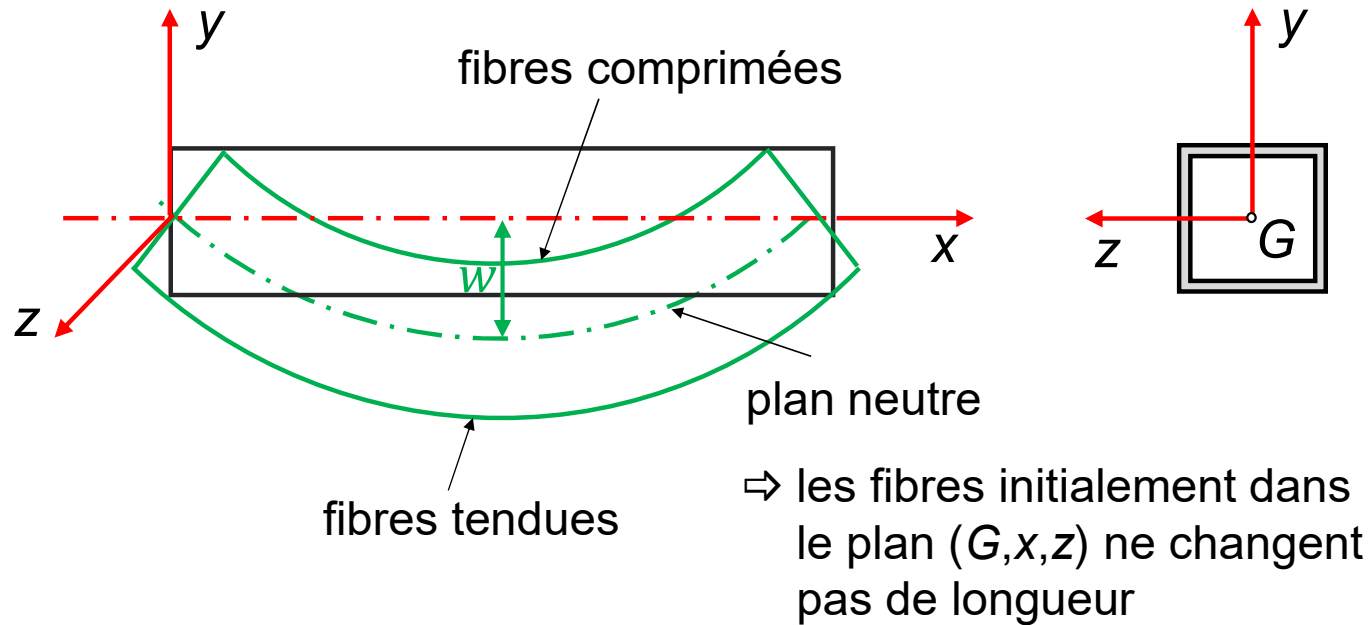
cellule de
force

capteur inductif



Déformations :

- une certaine courbure
- raccourcissement sur la partie supérieure
- allongement sur la partie inférieure



Les déformations $\varepsilon (= \Delta L / L)$ des fibres sont proportionnelles à leur distance au plan neutre (axe neutre).

Flèche à mi-travée, w :

- proportionnelle à la charge Q
- inversement proportionnelle au moment d'inertie I_z

Objectif du chapitre

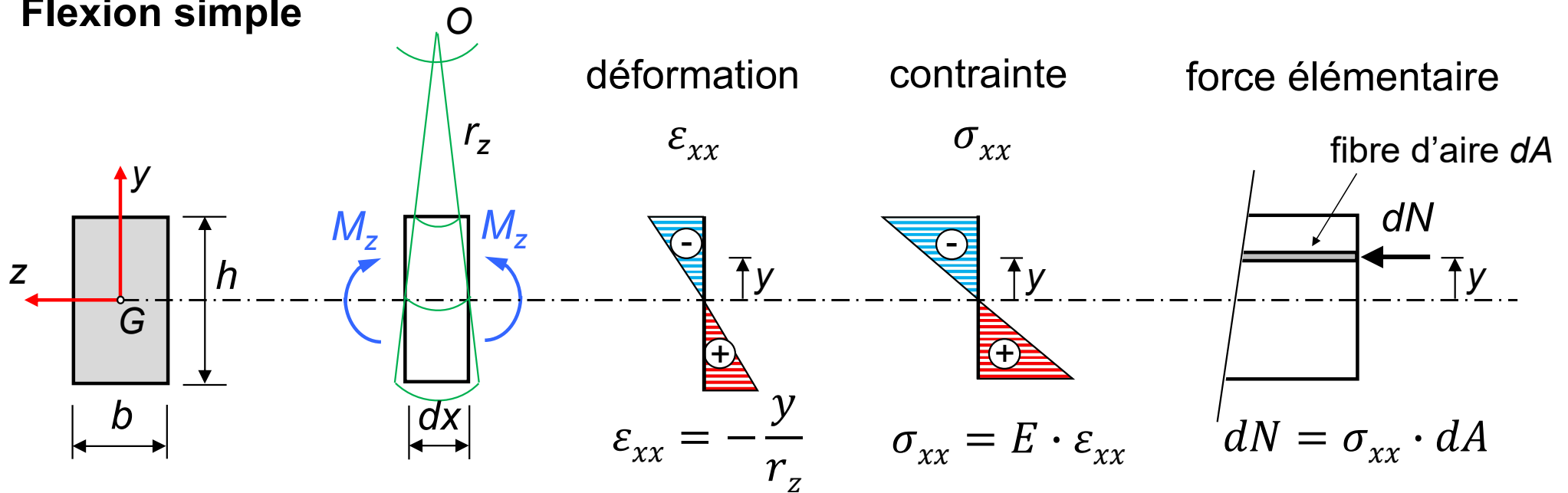
Déterminer une relation entre les **efforts intérieurs de flexion** (échelle section) et **l'état de contrainte** (échelle locale) dans une section droite permettant de **dimensionner** les poutres sollicitées **en flexion**.

Plan du chapitre

- Introduction
- Types de flexion
- Essai de flexion
- **Contraintes normales**
- Critères de dimensionnement

Contraintes normales dues à M_z

Flexion simple



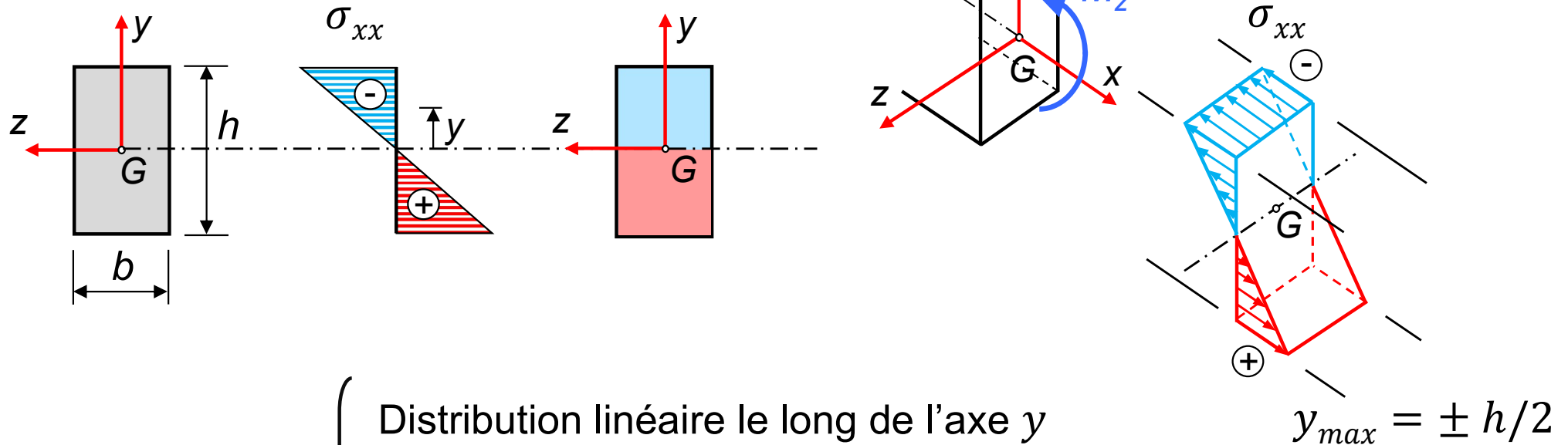
$$M_z = - \iint y \cdot dN = - \iint y \cdot \sigma_{xx} \cdot dA = \iint y \cdot \frac{E}{r_z} \cdot y \cdot dA = \frac{E}{r_z} \underbrace{\iint y^2 \cdot dA}_{I_z} = \frac{E \cdot I_z}{r_z}$$

$$\Rightarrow \frac{M_z}{E \cdot I_z} = \frac{1}{r_z}$$

$$\Rightarrow \sigma_{xx} = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

Contraintes normales dues à M_z

Flexion simple



$$\sigma_{xx} = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

Distribution linéaire le long de l'axe y

Axe neutre (G, z), défini par $\sigma_{xx}(y = 0) = 0$

$$|\sigma_{xx}^{max}| = |\sigma_{xx}(y = y_{max})| = \left| \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{max} \right| = \left| \frac{M_z}{W_z} \right|$$

avec $W_z = \frac{I_z}{y_{max}}$: module élastique selon z

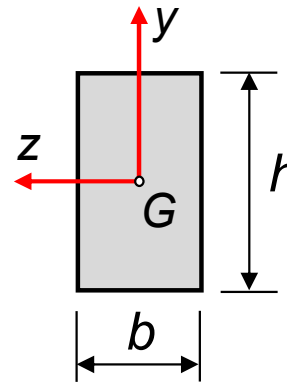
Moment d'inertie I_z

- Définition

$$I_z = \iint y^2 dA$$

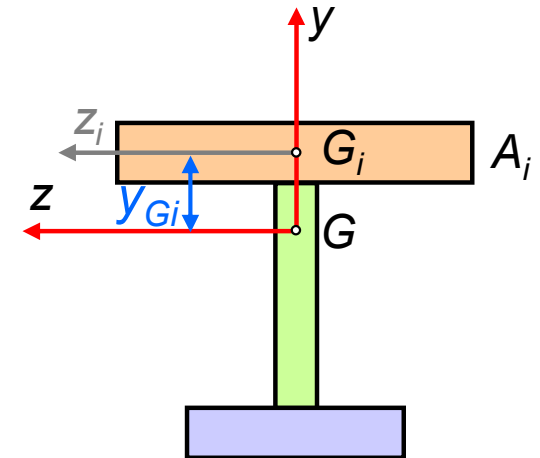
- Section rectangulaire

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$



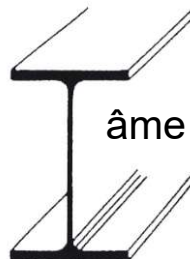
- Section quelconque

$$I_z = \sum_i (I_{zi} + A_i \cdot y_{Gi}^2)$$

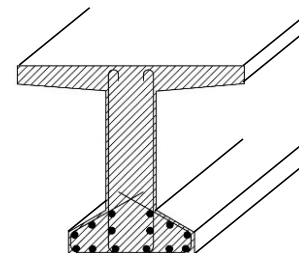


Sections les plus
efficaces :
de type âme-ailes

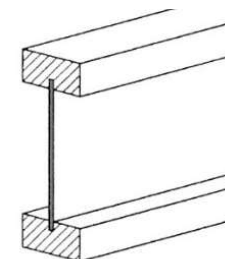
aile (semelle)



en acier



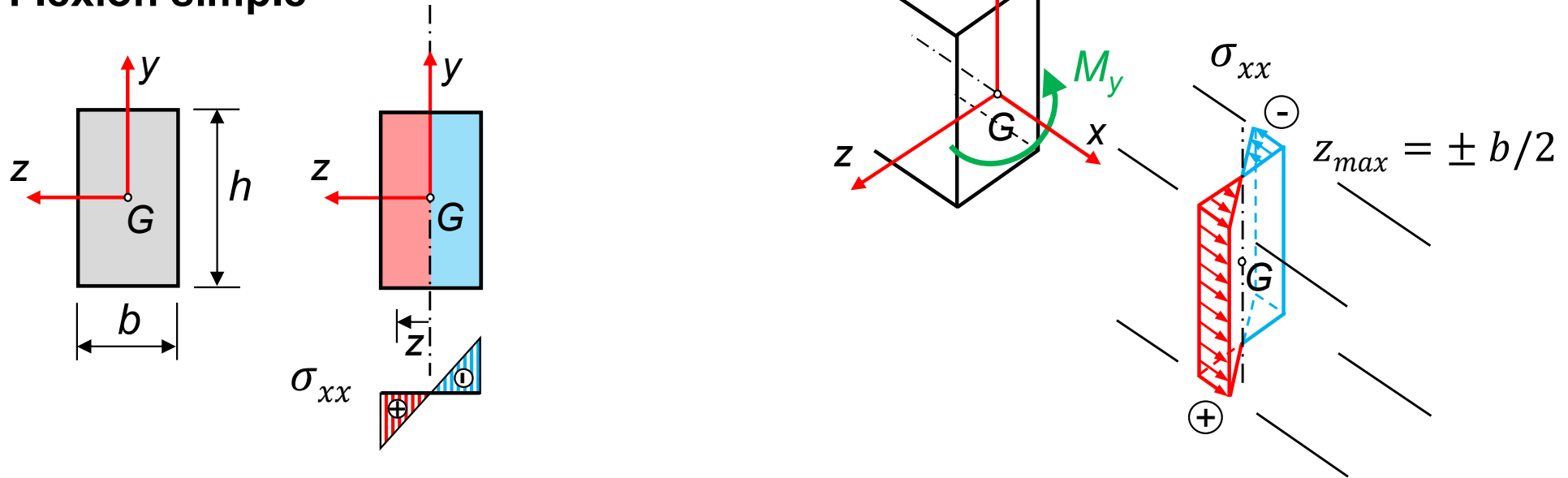
en béton



en bois

Contraintes normales dues à M_y

Flexion simple

Distribution linéaire le long de l'axe z

$$\sigma_{xx} = + \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

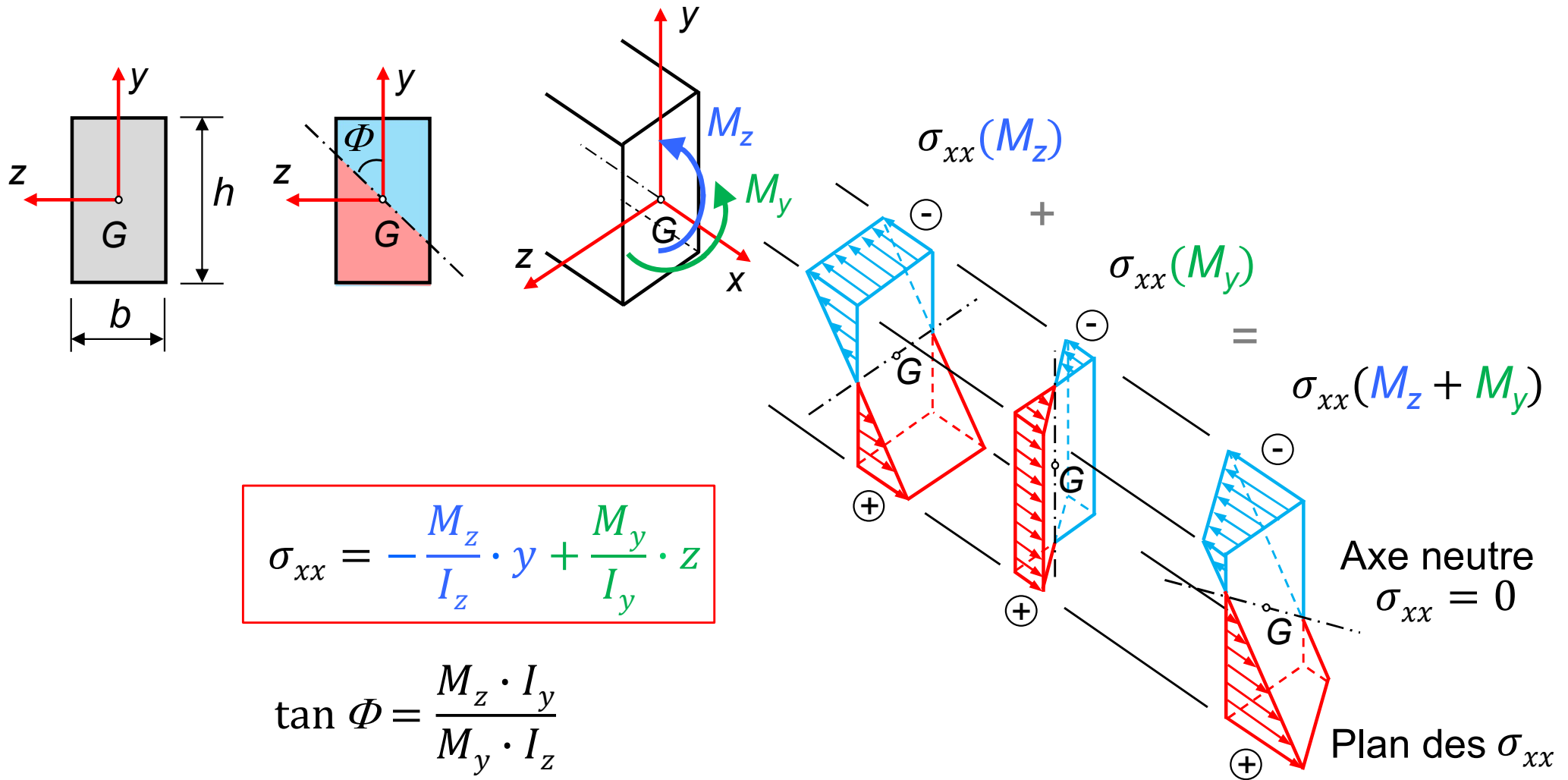
Axe neutre (G, y), défini par $\sigma_{xx}(z = 0) = 0$

$$|\sigma_{xx}^{max}| = |\sigma_{xx}(z = z_{max})| = \left| \frac{M_y}{I_y} \cdot z_{max} \right| = \left| \frac{M_y}{W_y} \right|$$

avec $W_y = \frac{I_y}{z_{max}}$: module élastique selon y

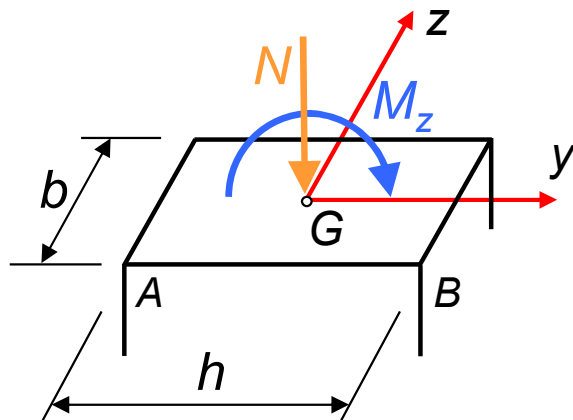
Contraintes normales dues à M_y et M_z

Flexion oblique



Contraintes normales dues à N et M_z

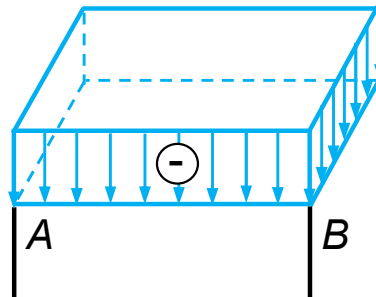
Flexion composée



$$\sigma_{xx} (N + M_z)$$

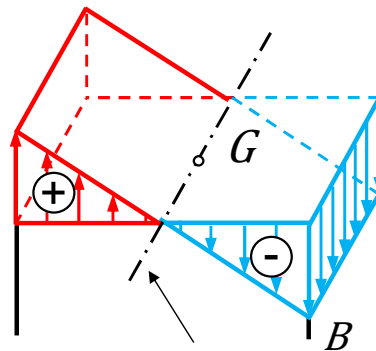
plan des σ_{xx}

$$\sigma_{xx} (N)$$

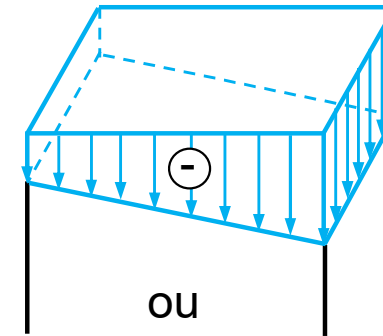


+

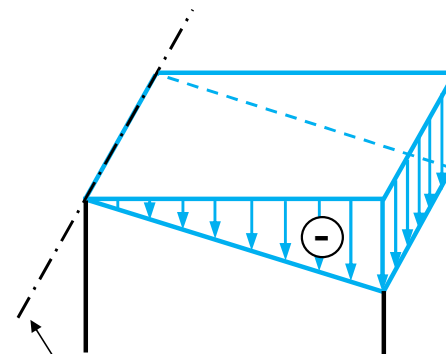
$$\sigma_{xx} (M_z)$$



axe neutre

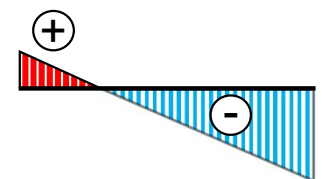
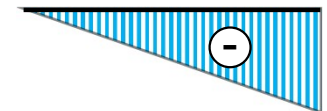
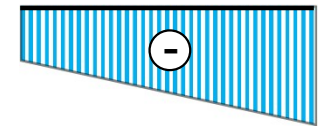
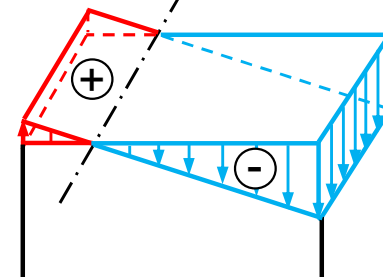


ou



ou

axe neutre



$$\sigma_{xx} = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

Objectif du chapitre

Déterminer une relation entre les **efforts intérieurs de flexion** (échelle section) et **l'état de contrainte** (échelle locale) dans une section droite permettant de **dimensionner** les poutres sollicitées **en flexion**.

Plan du chapitre

- Introduction
- Types de flexion
- Essai de flexion
- Contraintes normales
- **Critères de dimensionnement**

Dimensionnement d'une poutre à la flexion

- Dimensionnement d'une poutre / **contraintes** :

le matériau reste dans la zone élastique.

$$s \cdot \sigma \leq \sigma_e$$

Avec **s** le coefficient de sécurité, **s** > 1

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{s}$$

On pose σ_{adm} la contrainte limite à ne pas dépasser.
 σ_{adm} est appelée la **contrainte limite admissible**.

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{s}$$

- Dimensionnement d'une poutre / **déplacement** :

le déplacement maximum reste inférieur à une valeur donnée **w_{lim}**.

$$w_{max} \leq w_{lim}$$