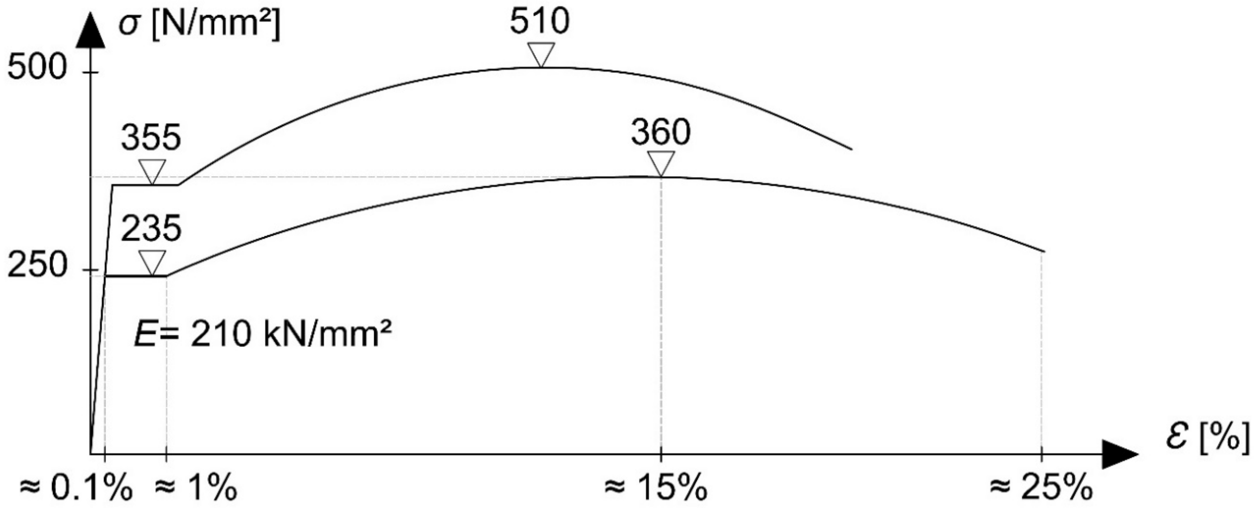
TB_SRM1 : Structure et résistance des matériaux 1

Chapitre 3. Notion de contrainte



Archi Legno

ECHELLE GLOBALE

Modéliser le problème à résoudre :

- Identifier les appuis et leurs réactions
- Identifier les actions extérieures et leur point d'application

Calculer les réactions d'appuis

Equilibre global de la structure

(Principe fondamental de la statique)

ECHELLE DE LA SECTION

Déterminer les sollicitations dans les poutres

Efforts intérieurs ou de cohésion

(Coupe fictive + équilibre d'une partie)

ECHELLE DU MATERIAU (LOCALE)

Contraintes σ

Déplacements w

Critères de dimensionnement

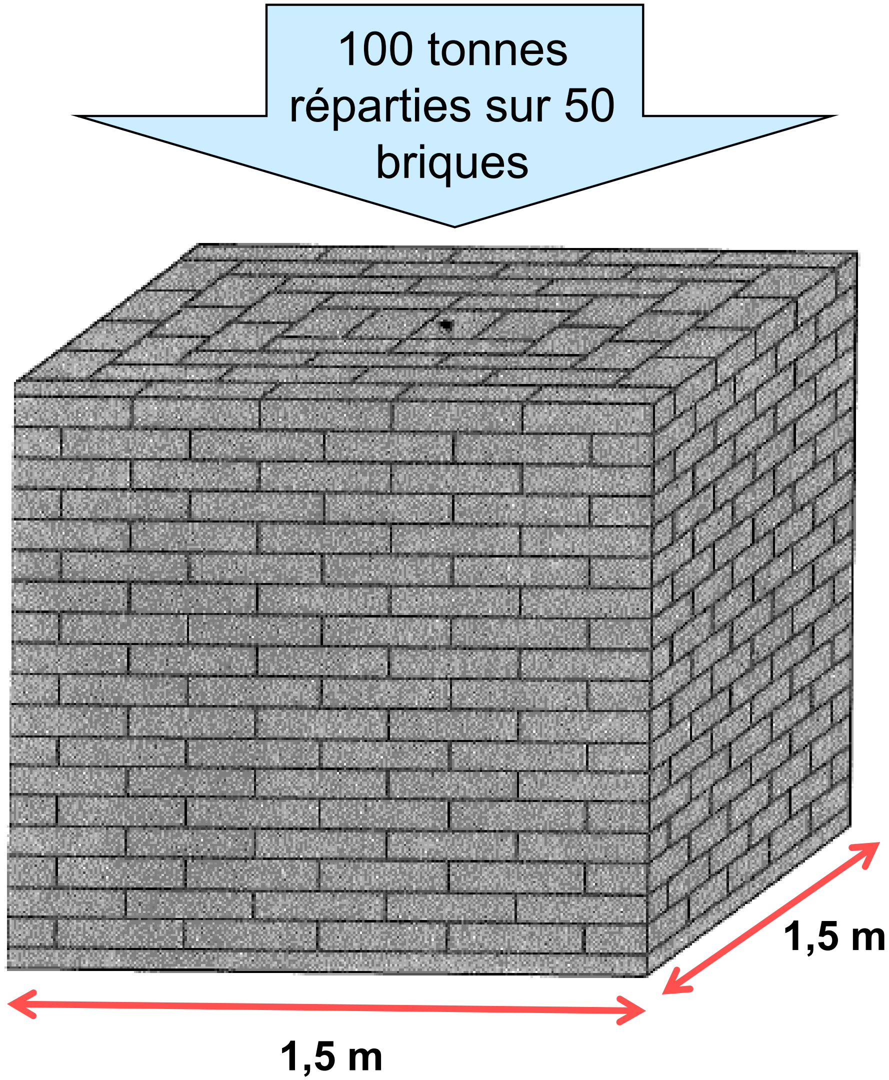
$\sigma < \sigma_{adm}$

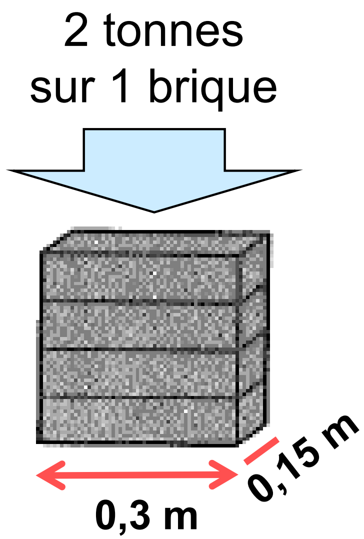
$\tau < \tau_{adm}$

$w < w_{lim}$

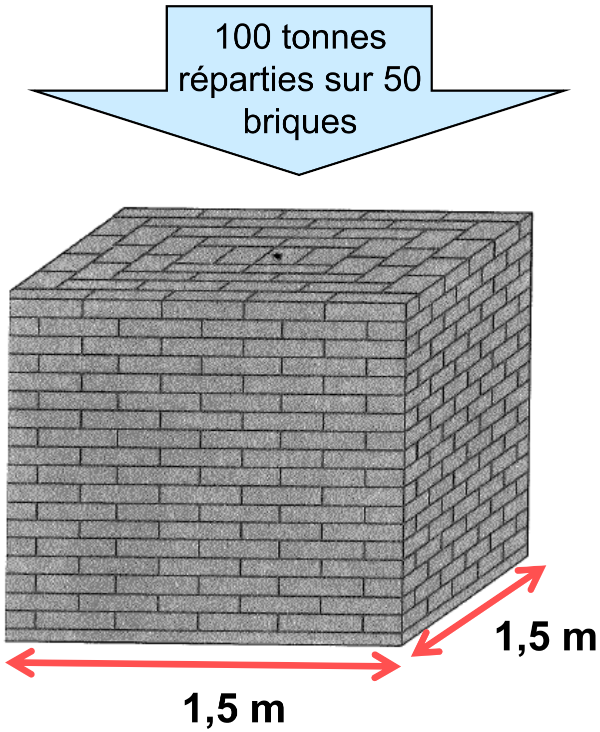
Introduction

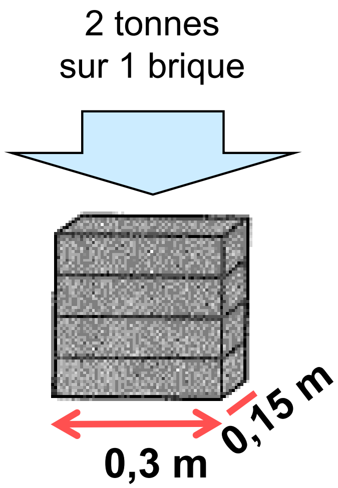
Quelle est la configuration la plus proche de la ruine ?





Introduction





La force totale supportée par l'élément de structure, n'est pas la grandeur importante vis-à-vis de la ruine.

On s'intéressera à la contrainte : force par unité de surface

Force 50 fois plus grande mais répartie sur une surface 50 fois plus grande.

Chaque brique est chargée par une force de 2 t

Marge de sécurité identique

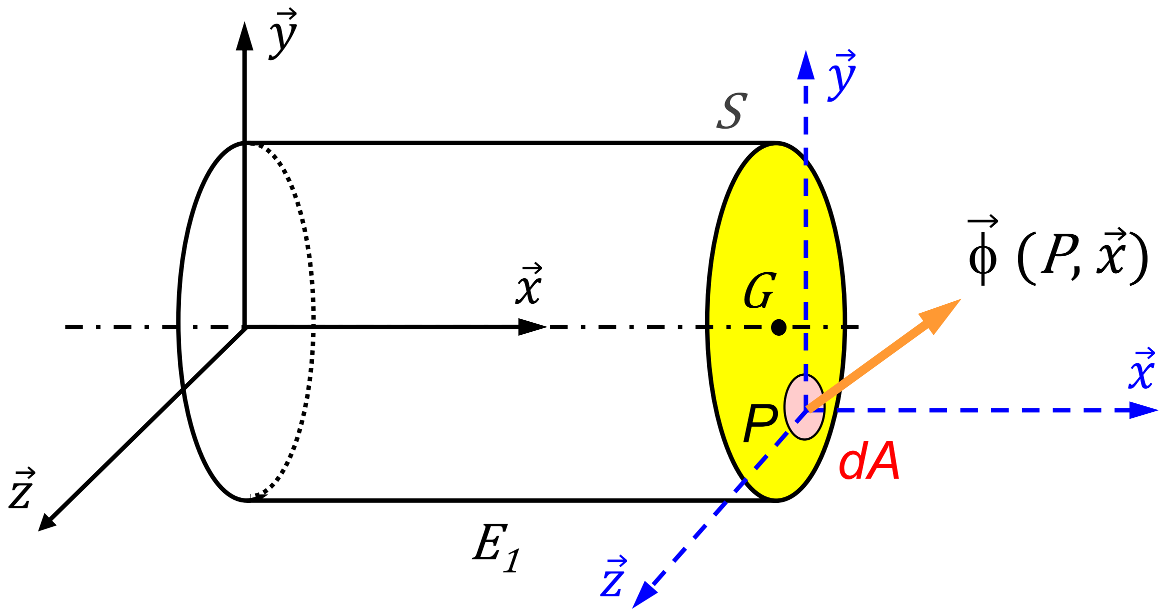
Objectif du chapitre

Déterminer une relation entre les **efforts intérieurs** et **l'état de contrainte** (échelle locale) dans une section droite.

Plan du chapitre

1. **Vecteur contrainte en un point**
   - Notion
   - Composantes
2. Relations entre contraintes et efforts intérieurs

Vecteur contrainte en un point
Notion



On considère une surface élémentaire *dA,* appelée facette, autour d'un point *P*.

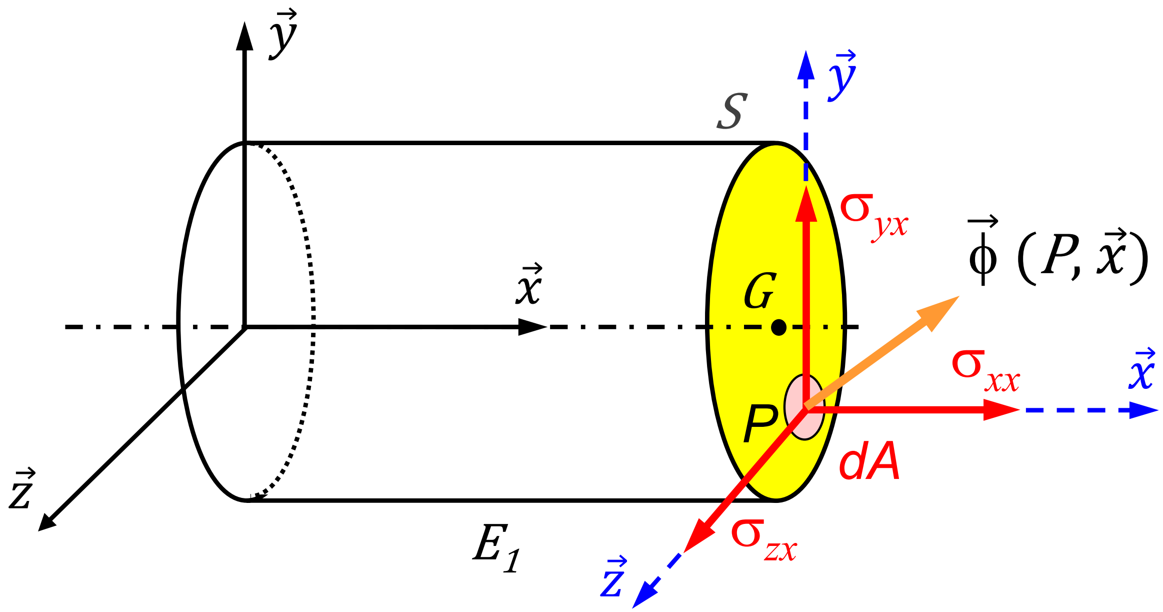
La facette est orientée par la normale $\vec{x}$.

Sur toute facette *dA* naît une force surfacique appelée **contrainte en *P* pour la direction $\vec{x}$**, notée $\vec{\phi}\,(P, \vec{x})$.

Unité de contrainte : SI – Pascal : 1 Pa = 1 N/m^2

Ingénierie : **1 N/mm^2** = 10^6 Pa = 1 MPa : 1 MegaPascal

Vecteur contrainte en un point
Composantes



$$\vec{\phi}\,(P,\vec{x}) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yx} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{: Contrainte normale} \\ \text{: Contrainte tangentielle} \\ \text{: Contrainte tangentielle} \end{matrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma \\ \tau_y \\ \tau_z \end{pmatrix}$$

Indice de l'axe de projection (cyan)

Indice de la normale extérieure (rose)

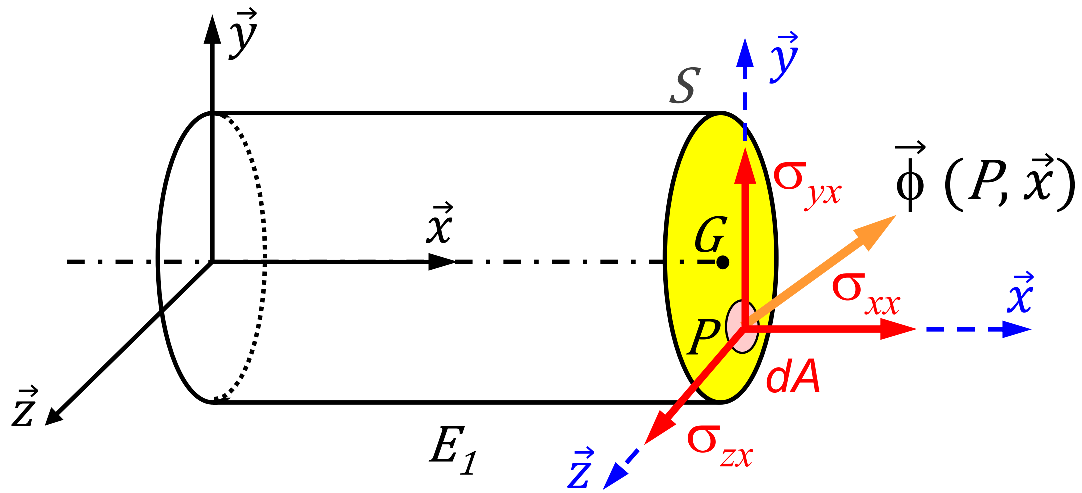
Objectif du chapitre

Déterminer une relation entre les **efforts intérieurs** et **l'état de contrainte** (échelle locale) dans une section droite.

Plan du chapitre

1. Vecteur contrainte en un point
    - Notion
    - Composantes
2. **Relations entre contraintes et efforts intérieurs**

Relations entre contraintes et efforts intérieurs



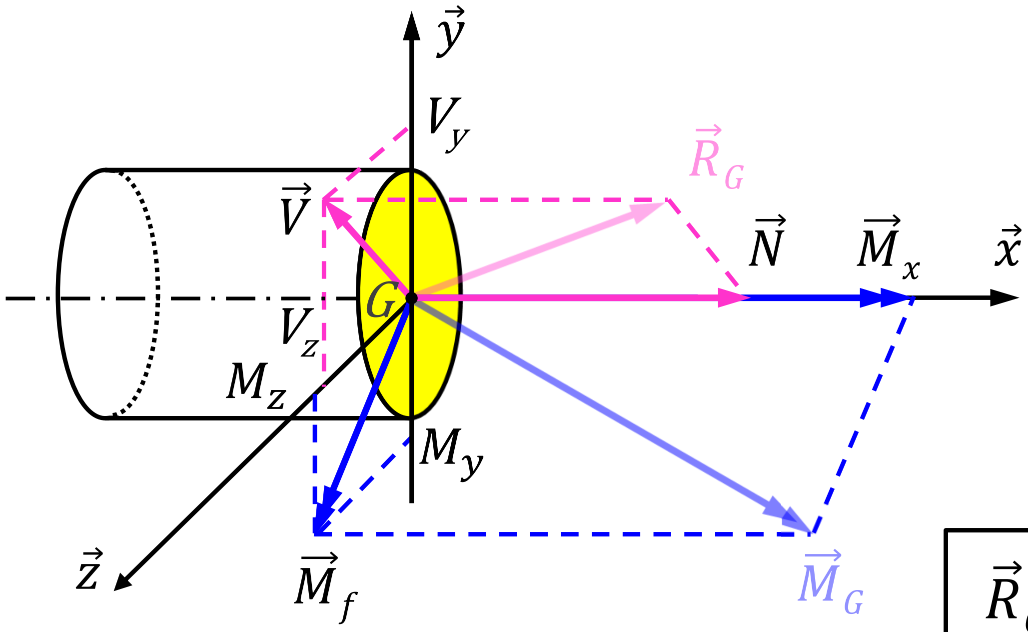
- Éléments de réduction en *G* du vecteur contrainte au point *P* pour la direction $\vec{x}$:

$$\begin{cases} \circ \quad \vec{\phi}\,(P, \vec{x}) \\ \circ \quad \overrightarrow{GP} \wedge \vec{\phi}\,(P, \vec{x}) \end{cases}$$

- Afin de prendre en compte toutes les actions, on intègre ce torseur sur toute la surface de la section, on obtient ainsi les efforts intérieurs au niveau de la section *S*

$$\boxed{\vec{R}_G = \iint \vec{\phi}\,(P, \vec{x}) \cdot dA} \qquad \boxed{\vec{M}_G = \iint \overrightarrow{GP} \wedge \vec{\phi}\,(P, \vec{x}) \cdot dA}$$

Relations entre contraintes et efforts intérieurs

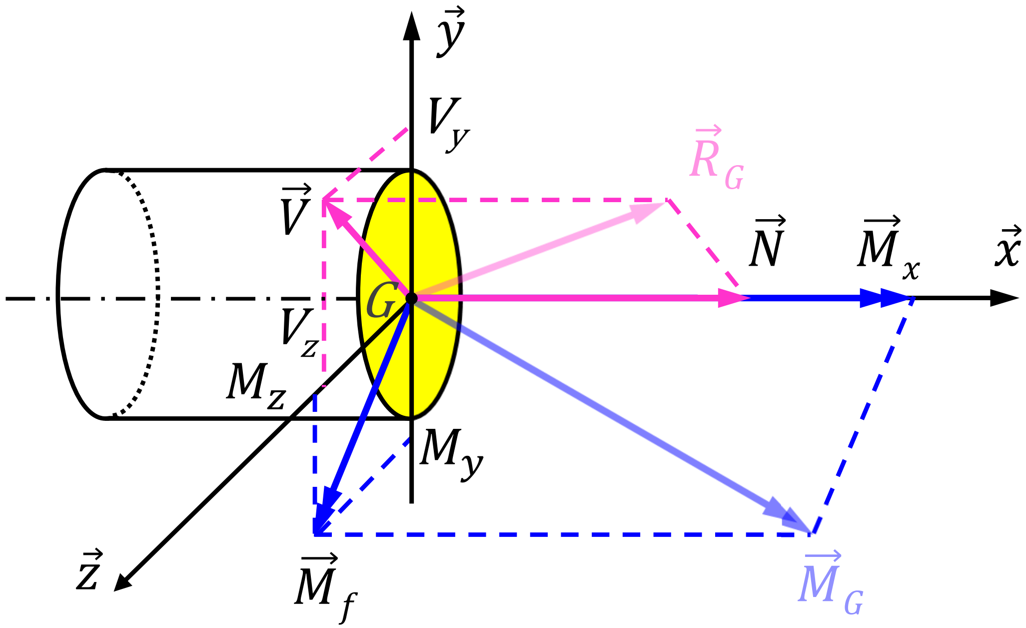


$$\boxed{\vec{R}_G = \iint \vec{\phi}\,(P, \vec{x}) \cdot dA}$$

$$N \cdot \vec{x} + V_y \cdot \vec{y} + V_z \cdot \vec{z} = \iint (\sigma_{xx} \cdot \vec{x} + \sigma_{yx} \cdot \vec{y} + \sigma_{zx} \cdot \vec{z}) \cdot dA$$

$$\boxed{N = \iint \sigma_{xx} \cdot dA} \qquad \boxed{V_y = \iint \sigma_{yx} \cdot dA} \qquad \boxed{V_z = \iint \sigma_{zx} \cdot dA}$$

Relations entre contraintes et efforts intérieurs



$$\boxed{\vec{M}_G = \iint \overrightarrow{GP} \wedge \vec{\phi}\,(P, \vec{x}) \cdot dA}$$

$$M_x \cdot \vec{x} + M_y \cdot \vec{y} + M_z \cdot \vec{z} = \iint (y \cdot \vec{y} + z \cdot \vec{z}) \wedge (\sigma_{xx} \cdot \vec{x} + \sigma_{yx} \cdot \vec{y} + \sigma_{zx} \cdot \vec{z}) \cdot dA$$

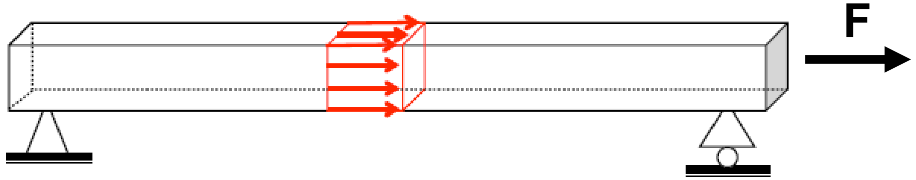
$$M_x \cdot \vec{x} + M_y \cdot \vec{y} + M_z \cdot \vec{z} = \iint ((y\sigma_{zx} - z\sigma_{yx}) \cdot \vec{x} + z\sigma_{xx} \cdot \vec{y} - y\sigma_{xx} \cdot \vec{z}) \cdot dA$$

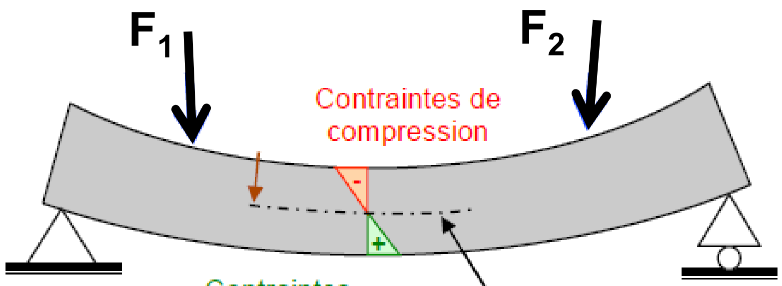
$$\boxed{M_x = \iint (y\sigma_{zx} - z\sigma_{yx}) \cdot dA} \qquad \boxed{M_y = \iint z\sigma_{xx} \cdot dA} \qquad \boxed{M_z = -\iint y\sigma_{xx} \cdot dA}$$

Relations entre contraintes et efforts intérieurs

Contrainte normale

- Contrainte perpendiculaire à la section de coupe d'une structure
- Résulte soit d'un **effort normal *N***, soit d'un **moment fléchissant M_y, M_z**





Contrainte tangentielle

- Contrainte tangentielle à la section de coupe d'une structure
- Résulte soit d'un **effort tranchant V_y,V_z**, soit d'un **moment de torsion M_x**