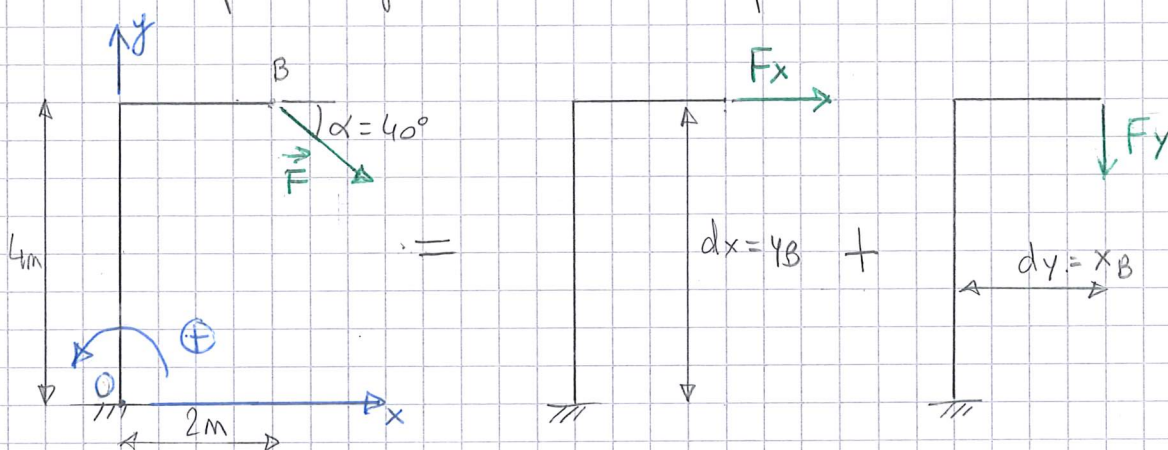


Exercice 11

$$\begin{aligned}
 1) \vec{M}_O \vec{F} &= \vec{OB} \wedge \vec{F} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F \cos \alpha \\ -F \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{avec } F = 600 \text{ N} \\
 &\quad \alpha = 40^\circ \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 600 \cos 40^\circ \\ -600 \sin 40^\circ \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \cdot 600 \sin 40^\circ - 4 \cdot 600 \cos 40^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2609,85 \end{pmatrix} \\
 &\quad \quad \quad 385,67 \quad \quad 459,63 \quad \quad \text{N.m}
 \end{aligned}$$

2) Autre manière de faire: en utilisant les "bras de levier",
on décompose la force selon ses composantes (horizontale et verticale)

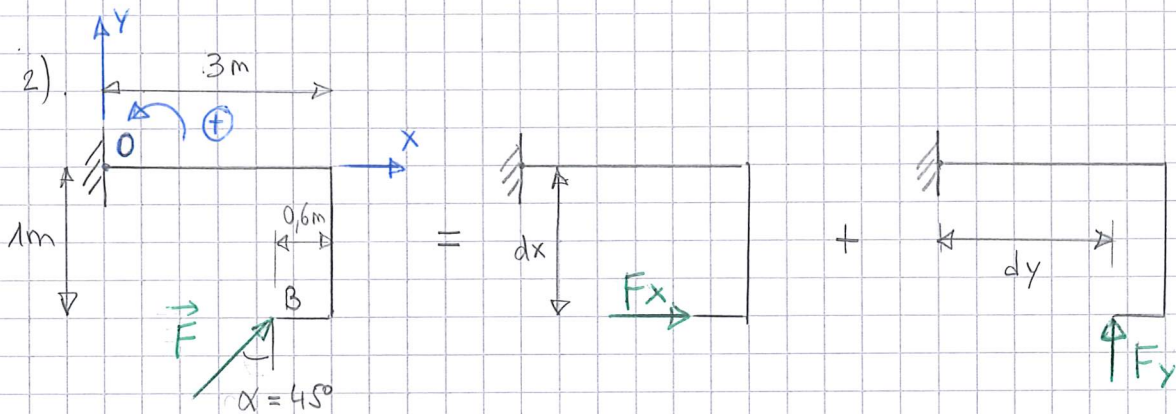


$$\begin{aligned}
 M_z &= -F_x \cdot dx + (-F_y \cdot dy) \\
 &= -F \cos \alpha \cdot dx - F \sin \alpha \cdot dy \\
 &= -459,63 \cdot 4 - 385,67 \cdot 2 \\
 &= -2609,85 \text{ N.m}
 \end{aligned}$$

Cela correspond à: $x_B \cdot F_y - y_B \cdot F_x$ (3^{ème} ligne du produit vectoriel)

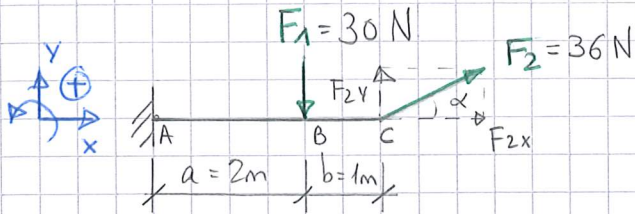
Exercice 12

$$\begin{aligned}
 1). \quad \vec{M}_{/O} \vec{F} &= \vec{OB} \wedge \vec{F} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F \sin \alpha \\ F \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0,6 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1414 \sin 45^\circ \\ 1414 \cos 45^\circ \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,4 \cdot \underbrace{1414 \cdot \cos 45^\circ}_{1000} + 1 \cdot \underbrace{1414 \cdot \sin 45^\circ}_{1000} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3400 \end{pmatrix} \text{ N.m}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 M_z &= + F_x \cdot dx & + & F_y \cdot dy \\
 &= + F \sin \alpha \cdot dx & + & F \cos \alpha \cdot dy \\
 &= + 1000 \cdot 1 & + & 1000 \cdot (3-0,6) \\
 &= 3400 \text{ N.m}
 \end{aligned}$$

Exercice 13



$$\alpha = 30^\circ$$

Eléments de réduction en A.

- Résultante: $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_2 \cdot \cos \alpha \\ F_2 \cdot \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -30 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 36 \cdot \cos 30^\circ \\ 36 \cdot \sin 30^\circ \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31,2 \\ -12 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ N.}$

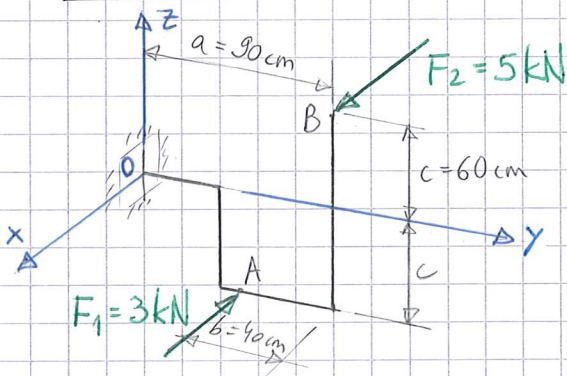
- Moment résultant :

$$\vec{M}_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{Rz} \end{pmatrix} \text{ avec } M_{Rz} = -F_1 \cdot a + F_{2x} \cdot 0 + F_{2y} \cdot (a+b)$$

$$= -30 \cdot 2 + 36 \cdot \sin 30^\circ \cdot (2+1)$$

$$= -6 \text{ N.m}$$

Exercice 14



Eléments de réduction en O:

- Résultante: $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

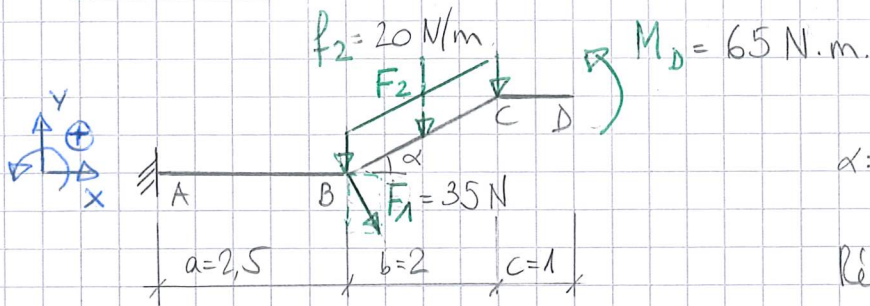
$$= \begin{pmatrix} -F_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

- Moment résultant: $\vec{M}_R = \vec{OA} \wedge \vec{F}_1 + \vec{OB} \wedge \vec{F}_2$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ a-b \\ -c \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ c \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ cF_1 \\ (a-b)F_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ cF_2 \\ -aF_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ cF_1 + cF_2 \\ (a-b)F_1 - aF_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0,6 \cdot 3 + 0,6 \cdot 5 \\ 0,5 \cdot 3 - 0,9 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4,8 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ kN.m}$$

Exercice 15



$$\alpha = 30^\circ$$

$$\text{Résultante de } f_2: F_2 = f_2 \cdot \frac{b}{\cos \alpha}$$

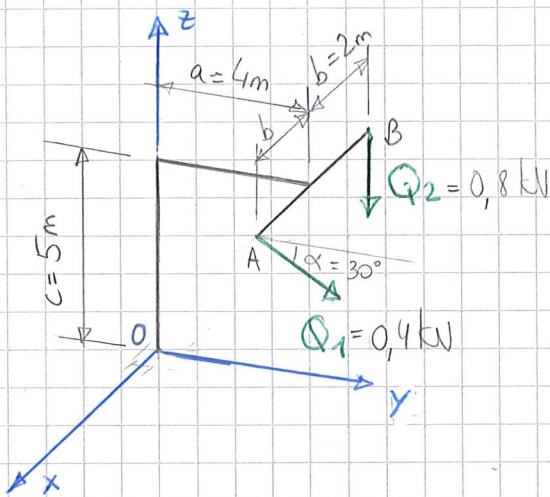
Elements de réduction en A :

$$\begin{aligned} \text{- Résultante } \vec{F}_R &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -F_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35 \sin 30^\circ \\ -35 \cos 30^\circ \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \cdot 2 / \cos 30^\circ \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 17,5 \\ -76,5 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ N.} \end{aligned}$$

- Moment résultant :

$$\begin{aligned} \vec{M}_R &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{Rz} \end{pmatrix} \quad \text{avec } M_{Rz} = F_{1x} \cdot 0 - F_{1y} \cdot a - f_2 \cdot \frac{b}{\cos \alpha} \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right) + M_D \\ &= -35 \cos 30^\circ \cdot 2,5 - 20 \cdot \frac{2}{\cos 30^\circ} \cdot \left(2,5 + \frac{2}{2}\right) + 65 \\ &= -172,4 \text{ N.m} \end{aligned}$$

Exercice 16



Q_1 et Q_2 agissent dans des plans parallèles à (y, z) .

Éléments de réduction en O :

- Résultante : $\vec{F}_R = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ Q_1 \cos \alpha \\ -Q_1 \sin \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4 \cos 30^\circ \\ -0,4 \sin 30^\circ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,35 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ kN}$

- Moment résultant :

$$\vec{M}_R = \vec{OA} \wedge \vec{Q}_1 + \vec{OB} \wedge \vec{Q}_2 = \begin{pmatrix} b \\ a \\ c \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Q_1 \cos \alpha \\ -Q_1 \sin \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -b \\ a \\ c \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -Q_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4 \cos 30^\circ \\ -0,4 \sin 30^\circ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 \cdot 0,4 \sin 30^\circ - 5 \cdot 0,4 \cos 30^\circ \\ 2 \cdot 0,4 \sin 30^\circ \\ 2 \cdot 0,4 \cos 30^\circ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \cdot 0,8 \\ -2 \cdot 0,8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5,7 \\ -1,2 \\ 0,7 \end{pmatrix} \text{ kN.m}$$