Nom et Prénom :

Procédés de fabrication - IGI 2 31 janvier 2020

EXAMEN
PROCÉDÉS DE FABRICATION

- L'examen dure en tout **1h30**.
- Tous les documents issus du cours sont admis : polycopié, problèmes et notes personnelles.
- Les étudiants se muniront d'une calculatrice simple sans moyen de communication. Aucun autre appareil électronique n'est autorisé.
  Les étudiants sont priés de se munir du matériel nécessaire pour écrire (papier, stylos, crayons, gommes, ...).
- Toutes les pages rendues doivent impérativement être numérotées et le nom de l'étudiant doit y figurer. L'étudiant est aussi responsable d'indiquer son nom sur la fourre.

Ex 1	
Ex 2	
Ex 3	
Total	

Problème 1

On vous demande de remplir la Tab. 1 avec les mots ou les morceaux de phrase qui permettent de donner un sens au texte lacunaire ci-dessous :

On dit que la fonderie est un procédé **réplicatif** car la pièce est obtenue en déformant la matière dans un outil de **forme** . Cet outil est appelé **moule** . On classifie les différents procédés de fonderie en procédés à **moules permanents** et en procédés à **moules non-permanents** .
Si on considère la fabrication de l'outil, la fonderie au sable correspond la plupart du temps à une chaîne de procédés **duplicative** . Cela veut dire que le moule est lui-même fabriqué par un procédé **réplicatif** . L'outil de **forme** utilisé pour fabriquer le moule est appelé **modèle** . La plupart du temps cet outil est réutilisable, dans ce cas, on dit qu'il est **maître** . On dit en revanche qu'il est **perdu** s'il faut le détruire pour récupérer le moule. Le procédé appelé fonderie **à cire perdue** est un exemple de situation où l'outil servant à fabriquer le moule est en cire et ne peut pas être réutilisé. En revanche, le procédé de moulage en **mottes** et le procédé **Croning** sont deux exemples où l'outil servant à fabriquer le moule en sable peut-être réutilisé de très nombreuses fois.
Il existe une situation particulière dans laquelle la fonderie au sable n'est pas la dernière étape d'une chaîne de procédés duplicative. Dans cet exemple l'outil de forme sera fabriqué par un procédé **additif** , au cours duquel on consolide le sable de fonderie couche par **couche** en déposant un liant chimique à l'aide d'une **tête d'impression** .
On attribue généralement à un problème de **malvenue** ou de goutte froide, le fait que la pièce coulée soit incomplète. Ces problèmes sont souvent liés à une mauvaise **coulabilité** du métal utilisé. Cette propriété particulière du métal est quantifiée, avant la coulée, à l'aide d'un appareil appelé spirale de **Cury** .
Les piqûres et les **soufflures** sont d'autres problèmes de fonderie qui correspondent à un emprisonnement de **gaz** à l'intérieur de la pièce. Elles sont responsables de **porosité** résiduelle, un défaut qui diminue la **densité** apparente de la pièce. Ce défaut peut être détecté en appliquant le principe bien connu de **pesée** dans l'air et dans l'eau qui a été imaginé par **Archimède** de Syracuse, un savant grec ayant vécu au troisième siècle avant **Jésus-Christ** .
Le vide laissé par le **retrait** de la dernière poche de liquide qui se solidife est appelé **retassure** . Un bon fondeur est capable de concevoir le moule de sorte que ce défaut, presque inévitable, se situe dans la **masselotte** et non dans la pièce.

(1)	réplicatif
(2)	forme
(3)	moule
(4)	moules permanents
(5)	moules non-permanents
(6)	duplicative
(7)	réplicatif/de moulage/identique
(8)	forme/de moulage
(9)	modèle
(10)	maître/permanent
(11)	perdu/sacrificiel
(12)	à cire perdue
(13)	mottes
(14)	Croning/en carapace
(15)	additif
(16)	couche
(17)	tête d'impression/buse/imprimante 3d
(18)	malvenue
(19)	coulabilité/fluidité
(20)	Cury
(21)	soufflures
(22)	gaz
(23)	porosité/cavité
(24)	densité
(25)	pesée
(26)	Archimède
(27)	Jésus-Christ
(28)	retrait
(29)	retassure
(30)	masselotte/carotte

Table 1 – Liste des morceaux de phrase complétant le texte lacunaire

Problème 2

On applique le procédé d'extrusion pour réduire la section (circulaire) de barres en acier dont le diamètre initial est $D_0 = 100.0\,\text{mm}$.

a) La longueur de contact L du flan sur la filière vaut très exactement $L \simeq 74.673\,\text{mm}$ et le demi-angle d'ouverture α est $\alpha = \arctan\frac{1}{5}$. On vous demande

1) de calculer le diamètre de sortie D_f du lopin,

Solution

Une formule du cours dit que $L = \frac{D_0 - D_\text{f}}{2\sin\alpha}$. En résolvant pour D_f et en remplaçant par les valeurs numériques qui ont été données, on trouve que

$$D_\text{f} = D_0 - 2L\sin\alpha \simeq 100.0 - 2 \times 74.673 \times \sin 11.309° \simeq 70.710\,\text{mm}$$

2) Le rapport d'extrusion r correspondant.

Solution

Le raport d'extrusion <1 est le rapport des aires, donc le carré du rapport des diamètres :

$$r = \frac{A_\text{f}}{A_0} = \left(\frac{D_\text{f}}{D_0}\right)^2 \simeq= \left(\frac{70.710}{100}\right)^2 \simeq 0.5.$$

b) Le coefficent de frottement entre la filière et la pièce est de $\mu = 0.1$ et la limite élastique R_e du matériau dépend de la température T de façon plus ou moins linéaire entre $T = 0°\text{C}$ et $T = 500°\text{C}$. Cette dépendance est illustrée sur la Fig. 1.

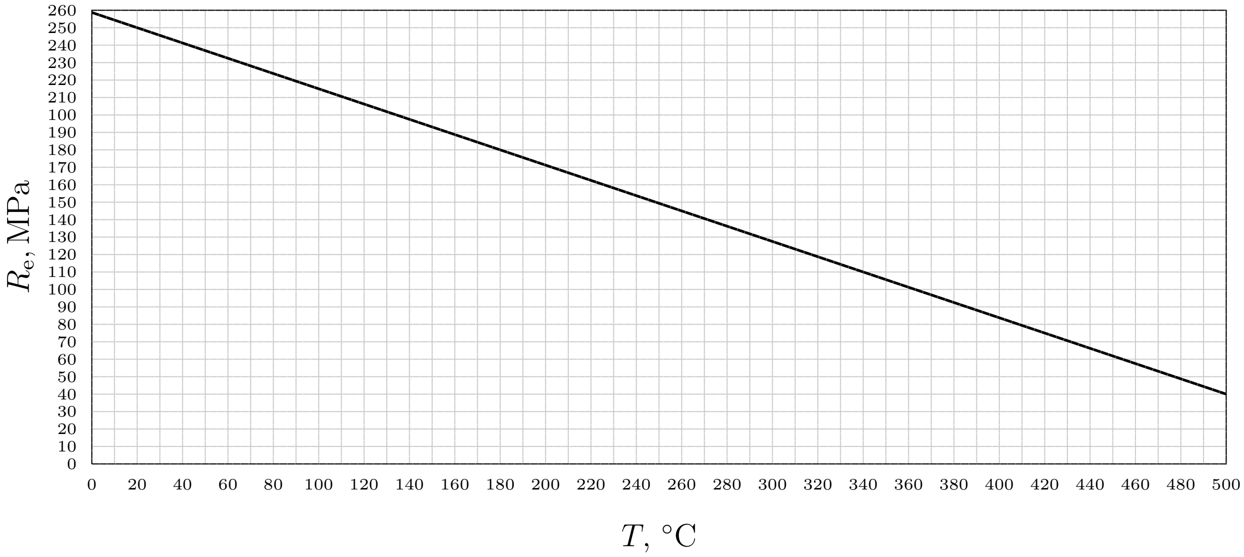

FIGURE 1 – Dépendance de la limite élastique en fonction de la température

Calculez la force qui est nécessaire pour pousser le lopin si celui-ci est maintenu à température ambiante $T_\text{amb} = 20°$ durant tout le processus.

Solution
Une formule du cours dit que

$$F_{\text{extr}} = R_{\text{e}} A_0 \left(1 + \frac{1}{\mu \cot \alpha}\right)\left(\frac{1 - r^{\mu \cot \alpha}}{r^{\mu \cot \alpha}}\right).$$

En lisant sur la Fig. 1 que $R_{\text{e}} \simeq 250\,\text{MPa}$ à 20°C et en tenant compte que $\mu \cot \alpha = 0.1 \times 5 = 0.5$ et que $r \simeq 0.5$, on trouve :

$$F_{\text{extr}} \simeq 250 \times \frac{3.14}{4} \times 100^2 \times \left(1 + \frac{1}{0.5}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{0.5}}{\sqrt{0.5}}\right) \simeq 2'439'920\,\text{N} \simeq 2'440\,\text{kN}.$$

c) La force disponible sur votre presse est malheureusement 5 fois inférieure à celle qui serait nécessaire pour effectuer l'extrusion à température ambiante. La conclusion est que vous devrez effecuer l'opération à **chaud**. On vous demande d'estimer la température à laquelle vous devrez chauffer la matière avant de l'extruder.

Solution
La force d'extrusion est en proportion de la limite élastique du matériau. Pour diminuer de cinq fois la force, il faut donc diminuer de cinq fois la limite élastique du matériau, soit la faire passer à environ $R_{\text{e}} \simeq \frac{250}{5} = 50\,\text{MPa}$. Pour cela, on lit sur la Fig. 1 qu'une température T comprise entre 475°C et 480°C sera nécessaire au minimum. Si on admet le linéarité avec $R_{\text{e}} = 250\,\text{MPa}$ à 20°C et $R_{\text{e}} = 40\,\text{MPa}$ à 500°C, la température à laquelle on aura $R_{\text{e}} = 50\,\text{MPa}$ sera exactement $T \simeq 477.14$°C.

d) Vous décidez de travailler le lopin à une température telle que vous puissiez le pousser dans la filière avec une force $F'_{\text{extr}} = 400\,\text{kN}$. Calculez la valeur de la limite élastique du matériau dans ces conditions.

Solution
La force utilisée est dans un rapport de 1 à $\frac{2'439'920}{400'000} \simeq 6.1$ par rapport à celle qui serait nécessaire si la limite élastique prenanit la valeur ambiante de 250 MPa. La limite élastique du matériau extrudé est donc 6.1 fois inférieure :

$$R'_{\text{e}} = \frac{250}{6.1} = 40.98\,\text{MPa}.$$

e) Sachant que la puissance que la presse développe durant l'opération est de 200 kW, on vous demande de calculer :

1) la vitesse d'entrée du lopin

Solution
La puissance de la presse P permet de déplacer la force d'extrusion F_{extr} à la vitesse :

$$v_0 = \frac{P}{F_{\text{extr}}} = \frac{200'000}{400'000} = 0.5\,\text{m/s} = 500\,\text{mm/s}.$$

2) le débit de matière formée

Solution
Le débit $\dot{Q}$ est le produit de la vitesse par l'aire d'entrée :

$$\dot{Q} = v_0 A_0 \simeq \frac{3.14}{4} \times 100^2 \times 500 \simeq 3'926'990\,\text{mm}^3/\text{s} \simeq 3.927\,\text{l/s}.$$

3) la vitesse de sortie du lopin

Solution
La vitesse de sortie est donnée par le rapport entre le débit $\dot{Q}$ et l'aire de sortie. Le rapport entre les vitesses d'entrée et de sortie fait donc intervenir le rapport d'extrusion r :

$$v_{\text{f}} = \frac{\dot{Q}}{A_{\text{f}}} = \frac{v_0 A_0}{A_{\text{f}}} = v_0 \frac{A_0}{A_{\text{f}}} = \frac{v_0}{r} \simeq \frac{500}{0.5} = 1'000\,\text{mm/s}.$$

4) la proportion de la puissance fournie par la presse qui est dissipée en déformations plastiques

Solution
L'énergie spécifique de déformation plastique est directement liée au rapport d'extrusion r par la formule

$$\eta = -R'_{\text{e}} \ln r \simeq 40.98 \ln 2 \simeq 28.40\,\text{MPa} = 0.0284\,\text{GPa} = 0.0284\,\text{J/mm}^3.$$

Si le débit de matière est $\dot{Q}$, la puissance dissipée sous forme de déformations plastiques est

$$P_{\text{plast}} = \eta \dot{Q} = 0.0284 \times 3'926'990 \simeq 111'546\,\text{W} \simeq 111.5\,\text{kW}$$

ce qui représente à peu-près $\frac{111.5}{200} \simeq 55.7\%$ de la puissance totale délivrée par la presse.

5) la proportion de la puissance fournie par la presse qui est dissipée par les frottements contre la filière

Solution
La puissance dissipée par les frottements contre la filière correspond grosso modo à la puissance fournie qui n'est pas consommée en déformations plastiques. Elle représente donc le $100\% - 55.7\% = 44.3\%$ de l'énergie totale dépensée.

Problème 3

a) Votre service financier indique que le taux horaire de production sur la nouvelle presse est de $R = 283.91$ Frs/h. On vous demande d'en déduire le montant P qui a été emprunté à le banque pour financer cette machine. Vous tiendrez compte des informations suivantes. L'utilisation de la presse nécessite en moyenne $n_{\text{empl}} = 2.5$ employés en équivalent plein temps. Le salaire moyen d'un de vos employés (charge comprises) est de $R_{\text{empl}} = 95.15$ Frs/h. En outre, vous savez que la banque vous a accordé son prêt sur une durée de $n = 6$ ans avec un taux d'interêt de $i = 3.5\%$. Pour finir, si vous tenez compte des pannes, des opérations de maintenance et des incertitudes des marchés, il vous est impossible d'assurer une utilisation de la machine de plus de 18 h par jour, sept jours sur sept.

Solution

La formule du cours dit que

$$R = \underbrace{\frac{P}{nN_{\text{heures}}} + \frac{iP}{N_{\text{heures}}}}_{\text{taux horaire de la presse}} + \underbrace{n_{\text{empl}}R_{\text{empl}}}_{\text{taux horaire de la main d'oeuvre}}$$

où N_{heures} est le nombre d'heure de charge de la machine par année : $N_{\text{heures}} = 365 \times 18 = 6'570$ H. En résolvant pour P puis en remplaçant par les valeurs numériques qui ont été données, on trouve que

$$P = N_{\text{heures}} \frac{R - n_{\text{empl}}R_{\text{empl}}}{\frac{1}{n} + i} = 6'570 \times \frac{283.91 - 2.5 \times 95.15}{\frac{1}{6} + 0.035} \simeq 1'500'000 \text{ Frs.}$$

b) Un client a commandé une pièce particulière. L'outil que vous utilisez a un temps de cycle $\tau = 317$ s. Calculer le coût de production p_{prod} de la pièce en question

Solution

La formule du cours dit que $p_{\text{prod}} = \frac{R\tau}{3'600}$ donc que

$$p_{\text{prod}} = \frac{283.91 \times 317}{3'600} \simeq 25.00 \text{Frs/pièce.}$$

c) Le service de vente fait l'offre suivante à votre client :

taille de série N	$10'000$ pièces	$1'000'000$ pièces
prix unitaire p_{unit}	51.20	26.45

Table 1 – Offre faite au client pour le prix unitaire en Frs/pièce

Observez que le prix unitaire de la pièce dépend de la taille de série commandée. Quelle est la raison essentielle qui explique ce phénomène ?

Solution
le prix unitaire dépend de la taille de série parce qu'il faut amortir le moule sur toutes les pièces produites.

Calculez le prix M du moule en kFrs,

Solution
La formule du cours dit que

$$\begin{aligned} p_{\text{unit}}(N_1) &= 1'000\frac{M}{N_1} + p_{\text{prod}} + p_{\text{mat}}, \\ p_{\text{unit}}(N_2) &= 1'000\frac{M}{N_2} + p_{\text{prod}} + p_{\text{mat}}. \end{aligned}$$

Le coût de matière p_{mat} est inconnu, mais à l'instar du coût de production $p_{\text{prod}} = 25.00\,\text{Frs/pièce}$ qui est connu, cette quantité ne dépend pas de la taille de la série. En soustrayant la seconde équation à la première, on élimine donc la somme $p_{\text{prod}} + p_{\text{mat}}$ et on obtient une équation pour M seulement :

$$p_{\text{unit}}(N_1) - p_{\text{unit}}(N_2) = 1'000M\left(\frac{1}{N_1} - \frac{1}{N_2}\right) = 1'000M\frac{N_2 - N_1}{N_1 N_2}.$$

En résolvant pour M puis en remplaçant par les valeurs numériques qui ont été données, on trouve que

$$M = \frac{N_1 N_2}{1'000}\frac{p_{\text{unit}}(N_1) - p_{\text{unit}}(N_2)}{N_2 - N_1} \simeq \frac{10^4 \times 10^6}{10^3}\frac{51.20 - 26.45}{1'000'000 - 10'000} \simeq 250\,\text{kFrs}.$$

d) Calculez le coût d'outillage p_{out} et le coût de matière p_{mat} qui entrent dans le prix unitaire p_{unit} puis complétez la Tab. 2 :

Solution
Une formule du cours dit que $p_{\text{out}} = 1'000\frac{M}{N}$, avec $M = 250\,\text{KFrs}$ on trouve que

$$p_{\text{out}} = 1'000 \times \frac{250}{10'000} = 25.00\,\text{Frs/pièce si } N = 10'000$$

et que

$$p_{\text{out}} = 1'000 \times \frac{250}{1'000'000} = 0.25\text{Frs/pièce si } N = 1'000'000.$$

Finalement une autre formule du cours dit que

$$p_{\text{unit}}(N) = p_{\text{prod}} + p_{\text{out}} + p_{\text{mat}}.$$

En résolvant pour p_{mat} et en remplaçant par les données numériques, on trouve que

$$p_{\text{mat}} = p_{\text{unit}}(N) - p_{\text{prod}} - p_{\text{out}} = 51.20 - 25.00 - 25.00 = 1.20\,\text{Frs/pièce}.$$

taille de série N	10′000 pièces	1′000′000 pièces
coût de production p_{prod}	25.00	25.00
coût d'outillage p_{out}	25.00	0.25
coût de matière p_{mat}	1.20	1.20
prix unitaire p_{unit}	51.20	26.45

TABLE 2 – Détails des coûts en Frs/pièce

e) Pour optimiser les coûts, votre mécanicien vous propose d'équiper le moule non pas d'une seule empreinte mais de $x \geq 1$ empreintes. Dans ce cas, durant le temps de cycle $\tau = 317\,\text{s}$ mentionné plus haut, le moule ne produira pas une seule pièce mais plus généralement x pièces. Evidemment le moule sera plus cher. En plus d'un forfait de $C_0 = 5\,\text{kFrs}$ pour une carcasse, la visserie et le mécanisme d'ouverture/fermeture, chaque empreinte à installer coûtera $C_1 = 245\,\text{KFrs}$.
On vous demande de calculer le nombre d'empreintes x qui minimise le prix unitaire dans les deux cas de figure considérés ci-dessus, soit pour une série de $N = 10'000$ pièces ainsi que pour une série de $N = 1'000'000$ de pièces. Qu'observez-vous ?

Solution

Pour une taille de série N donnée, le prix unitaire est une fonction du nombre d'empreintes x. La formule du cours dit que

$$p_{\text{unit}}(x) = 1'000\frac{C_0 + xC_1}{N} + \frac{R\tau}{3'600x} + p_{\text{mat}}$$

où on a tenu compte que le prix du moule (en kFrs) était $C_0 + xC_1$ et où on a considéré que le temps de fabrication d'une pièce valait le temps de cycle τ du moule divisé par le nombre x de pièces qu'il produit à chaque utilisation. On a que $p_{\text{unit}}(x) \to \infty$ si $x = 0$ ou si $x = \infty$. La conclusion est que le prix est minimisé pour un nombre intermédiaire x_{opt} d'empreintes. On trouve la valeur optimale en égalisant la dérivée de la fonction $x \to p_{\text{unit}}(x)$ à zéro et en résolvant pour x :

$$1'000\frac{C_1}{N} - \frac{R\tau}{3'600x_{\text{opt}}^2} = 0 \Longrightarrow x_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{R\tau N}{3'600'000C_1}}$$

Cela signifie que

$$x_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{283.91 \times 317 \times 10'000}{3'600'000 \times 245}} = 1.010$$

si $N = 10'000$ et que

$$x_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{283.91 \times 317 \times 1'000'000}{3'600'000 \times 245}} = 10.10.$$

si $N = 1'000'000$.

- Si la série à produire est de $N = 10'000$ pièces seulement, la situation avec une seule empreinte ($x = 1$) est donc sans doute la bonne, ce que confirme la Tab. 2 où on voit que cette solution équilibre bien les coûts de production et d'outillage. Toutefois comme $x_{\text{opt}} = 1.01$ n'est pas tout à fait entier, l'optimum <u>entier</u> du nombre d'empreintes pourrait toutefois être $x = 2$. Ce n'est pas le cas, car avec $x = 2$, le prix unitaire est de

$$p_{\text{unit}} = 1'000 \frac{5 + 245 \times 2}{10'000} + \frac{283.91 \times 317}{3'600 \times 2} + 1.20 \simeq 63.20\,\text{Frs/pièce}.$$

- Si on doit produire une série de $N = 1'000'000$ piéces, alors un moule équipé de 10 ou éventuellement 11 empreintes est sans doute plus performant. Avec $x = 10$ empreintes, on trouve un prix unitaire de

$$p_{\text{unit}} = 1'000 \frac{5 + 245 \times 10}{1'000'000} + \frac{283.91 \times 317}{3'600 \times 10} + 1.20 \simeq 6.155\,\text{Frs/pièce}.$$

  ce qui représente un gain de plus de 20 Frs/pièces quand bien même, dans ce cas, le moule coûte $M = 5 + 245 \times 10 = 2'455$ kFrs. Comme $x_{\text{opt}} = 10.1$ n'est pas entier, l'optimum du nombre d'empreintes pourrait être $x = 11$. Ce n'est pas le cas (mais de justesse) puisque, dans cette situation, le prix unitaire serait de

$$p_{\text{unit}} = 1'000 \frac{5 + 245 \times 11}{1'000'000} + \frac{283.91 \times 317}{3'600 \times 11} + 1.20 \simeq 6.173\,\text{Frs/pièce}.$$