Correction

HAUTE ÉCOLE D'INGÉNIERIE ET DE GESTION DU CANTON DE VAUD

Prof. Eric Boillat - Procédés de fabrication

Date 05.12.2025 - durée : 1h30

Travail écrit

Nom :

- **Tous les documents issus du cours sont admis: polycopié, problèmes et notes personnelles.**
- **Dans le cas de questions nécessitant un développement, il est recommandé de ne pas vous servir des cases officielles comme brouillon. Ne les utilisez que pour y écrire la version définitive de votre solution.**
- **Les étudiants se muniront d'une calculatrice simple sans moyen de communication. Aucun autre appareil électronique n'est autorisé.**

Question	Nombre de points
1)	
Total	

Correction

a) L'une des trois figures représentées sur les Figs. 10-12 correspond à la **courbe de traction réelle** d'un certain matériau recuit dont le coefficient de Poisson est > 0, une autre représente sa **courbe de traction nominale** et la troisième courbe est une intruse: elle n'est ni une courbe de traction réelle ni une courbe de traction nominale.

1) Quel est le numéro de la courbe intruse?

> **Solution**
> La Fig. No 3 est l'intruse

2) Quel indice vous permet d'affirmer que cette courbe n'est pas une **courbe de traction nominale**?

> **Solution**
> Sa première partie est un **morceau de droite**, ce ne peut donc pas être une courbe de traction nominale.

3) Quel indice vous permet de dire que cette courbe n'est pas une **courbe de traction réelle**?

> **Solution**
> La seconde partie de la courbe en question est **décroissante**, ce ne peut donc pas être une courbe de traction réelle..

4) Quel est le numéro de la courbe de traction nominale?

> **Solution**
> La Fig. No 2 est la courbe de traction nominale.

5) Quel argument vous permet de décider que cette courbe n'est par une **courbe de traction réelle**?

> **Solution**
> La seconde partie de cette courbe est **décroissante**, ce ne peut donc pas être une courbe de traction réelle.

6) Si son coefficient de Poisson était ≤ 0 on dirait du matériau qu'il est:

> **Solution**
> auxétique

b) Quel est le nom de la coordonnée horizontale ε de chacun des graphiques représentés aux Figs. 10-12? Dites aussi quelle est l'unité de cette coordonnée et comment on procède pour la mesurer lors d'une expérience de traction en utilisant une jauge qui permet de mesurer les longueurs.

Solution

- La quantité ε est le **taux de déformation réel**.
- Elle n'a pas d'unité.
- On la calcule en mesurant la longueur courante de l'échantillon l et sa longueur initiale l_0 puis en extrayant le logarithme du rapport entre ces deux quantités: $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$.

c) Quel est le symbole et le nom de la coordonnée verticale sur le graphique de la **courbe de traction réelle**? Dites aussi comment on procède pour mesurer cette quantité si on possède une jauge de force et une jauge qui permet de mesurer les surfaces.

Solution

- Le nom de la coordonnée verticale sur le graphique de la courbe de traction réelle est la **contrainte réelle**.
- Son symbole est σ.
- On la calcule en mesurant la force F appliquée à l'échantillon ainsi que la section courante S de ce dernier. On a que σ est le rapport entre ces deux quantités: $\sigma = \frac{F}{S}$.

d) Quel est le symbole et le nom de la coordonnée verticale sur le graphique de la **courbe de traction**? Dites pourquoi on n'a besoin que d'une jauge de force pour mesurer cette quantité en cours d'expérience.

Solution

- Le nom de la coordonnée verticale sur le graphique de la courbe de traction est la **contrainte nominale**.
- Son symbole est R.
- On la calcule en mesurant la force F qu'on lui applique. La contrainte nominale R est en effet le rapport entre F et la section **initiale** de léchantillon: $R = \frac{F}{S_0}$. Cette section est mesurée une fois pour toute au début et plus jamais en cours d'expérience.

e) Quelle est la forme de la courbe rejoignant les points A et B représentés sur la Fig. 12? Que représente la pente (moyenne) de cette courbe?

Solution

La courbe en question est un **morceau de droite** dont la pente est le module d'élasticité E du matériau.

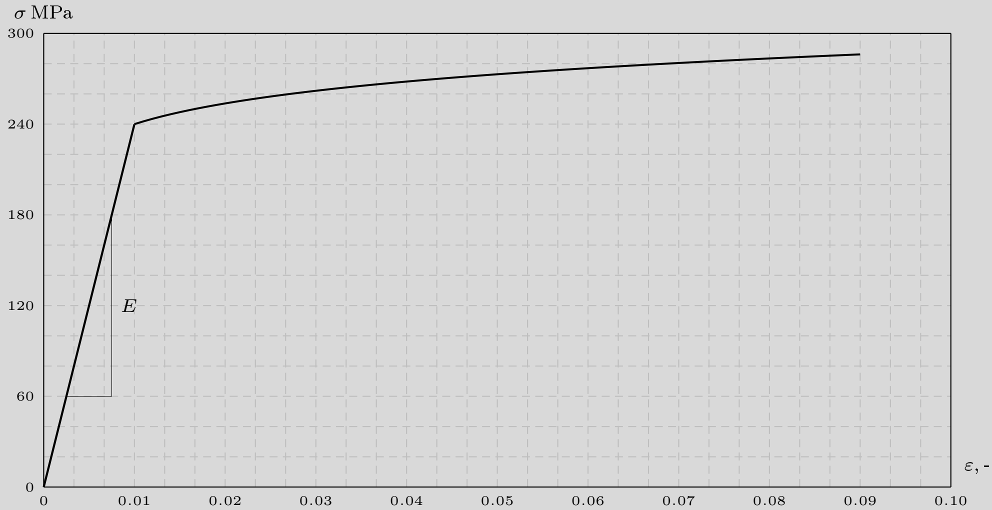

Figure 1: Module d'élasticité

f) Une des Figs. 10-12 permet de localiser le taux de déformation réel ε_e sur l'axe horizontal. Dites laquelle et déterminer la valeur numérique (approximative) de ε_e.

Solution

Le taux de déformation réel ε_e est la coordonnée horizontale du point B à l'extrémité de la partie rectiligne de la courbe de traction réelle. Soit $\varepsilon_e = 0.01$.

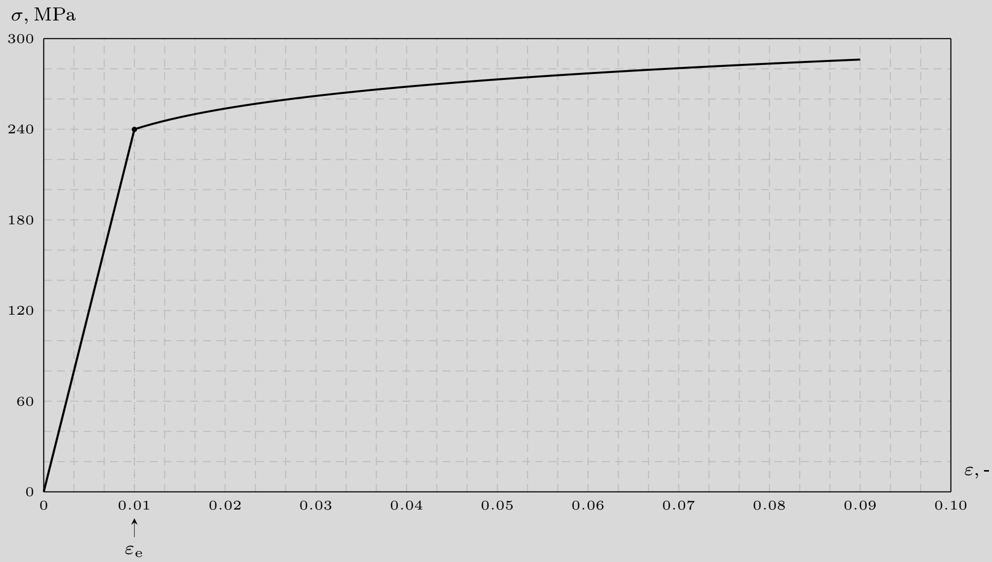

Figure 2: Taux de déformation réel en limite élastique

g) Une des courbes des Figs. 10-12 permet d'identifier la valeur de la limite élastique réelle σ_e et une autre sa limite élastique (nominale) R_e. Indiquez ces éléments sur les courbes en question et mesurez approximativement les valeurs de σ_e et R_e.

Solution

- La limite élastique réelle σ_e se lit comme la coordonnée verticale du point B sur la courbe de traction réelle, soit $\sigma_e \simeq 240\,\text{MPa}$.

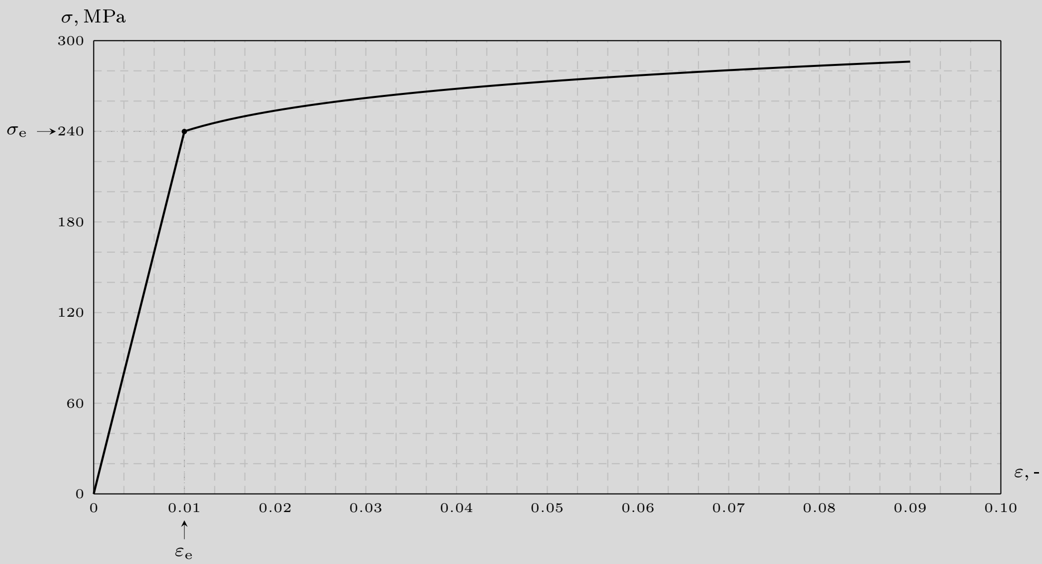

Figure 3: Limite élastique réelle

- La limite élastique R_e est la contrainte nominale correspondant à l'état de limite élastique $\varepsilon_e = 0.01$. Sur la courbe de traction réelle, on lit que $R_e \simeq 237\,\text{MPa}$.

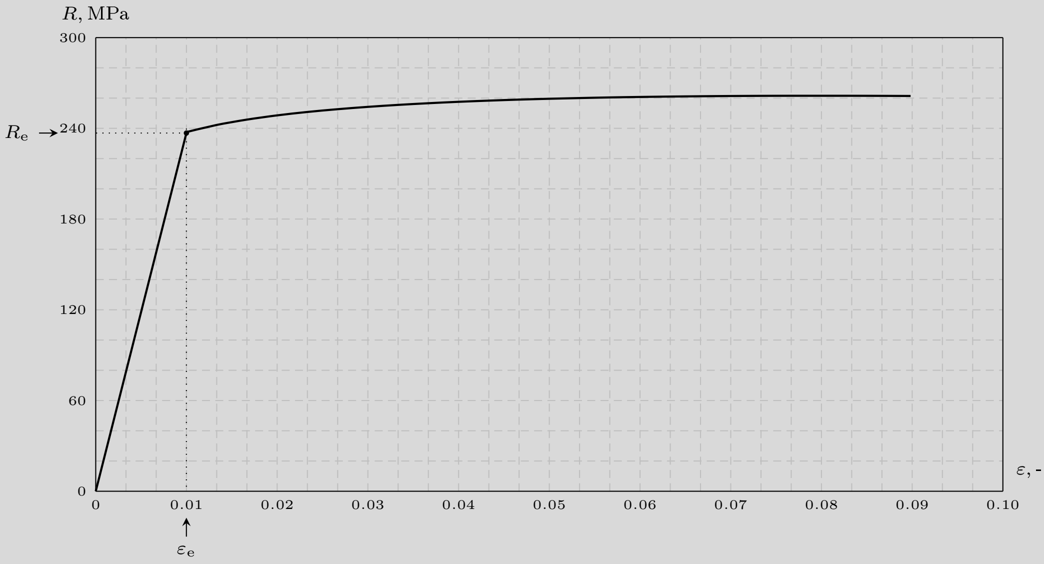

Figure 4: Limite élastique

h) Vous noterez que les quantités mesurées à la question précédente ne sont pas tout à fait égales. Quelle est la plus grande? Est-ce que ce classement est lié au matériau qu'on étudie ou est-il systématique? Justifiez votre réponse.

Solution

La section courante S est lié à la section initiale S_0 par la **loi de Poisson**:

$$S = S_0 \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}$$

Pour tous les matériaux (sauf les matériaux **auxétiques** qui sont des exceptions), le coefficient de Poisson ν est > 0. Comme $\varepsilon > 0$ en traction, on conclut que la section courante S est plus petite que la section initiale S_0; $S < S_0$. La conséquence est que systématiquement:

$$\sigma = \frac{F}{S} > \frac{F}{S_0} = R$$

i) Si les mesures que vous avez faites à l'item g) sont bonnes le rapport $\frac{\sigma_e}{R_e}$ devrait valoir à peu-près:

$$\frac{\sigma_e}{R_e} \approx 1.0101. \tag{1}$$

Utilisez cette information pour calculer le coefficient de Poisson ν du matériau. Que constatez-vous et que pouvez-vous conclure sur le comportement du matériau?

Solution

Comme $\sigma_e = \frac{F_e}{S_e}$ et que $R_e = \frac{F_e}{S_0}$, la force en limite élastique F_e se simplifie dans le rapport

$\frac{\sigma_e}{R_e}$ qui vaut donc $\frac{\sigma_e}{R_e} = \frac{S_0}{S_e}$. Mais on sait, par la loi de Poisson, que $S_e = S_0 \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_e}$, ainsi:

$$\frac{\sigma_e}{R_e} = \frac{S_0}{S_0 \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_e}} = \mathbf{e}^{2\nu\varepsilon_e} \Longleftrightarrow \nu = \frac{1}{2\varepsilon_e} \ln \frac{\sigma_e}{R_e}.$$

En remplaçant le rapport $\frac{\sigma_e}{R_e}$ par sa valeur 1.0101 et tenant compte que $\varepsilon_e \approx 0.01$ (cf. item f)), on trouve que

$$\nu \approx \frac{1}{2 \times 0.01} \ln 1.0101 \approx 0.502.$$

En fait le coefficient de Poisson ne peut pas être > 0.5. La différence constatée ici est sans doute due aux erreurs d'arrondis. On conclut donc que

$$\nu = 0.5$$

ce qui veut dire que le matériau se comporte de façon **incompressible**.

j) Utilisez une des courbes des Figs. 10-12 pour identifier la résistance mécanique R_m du matériau en question. Indiquez cet élément sur la courbe en question et donnez sa valeur approximative.

Solution

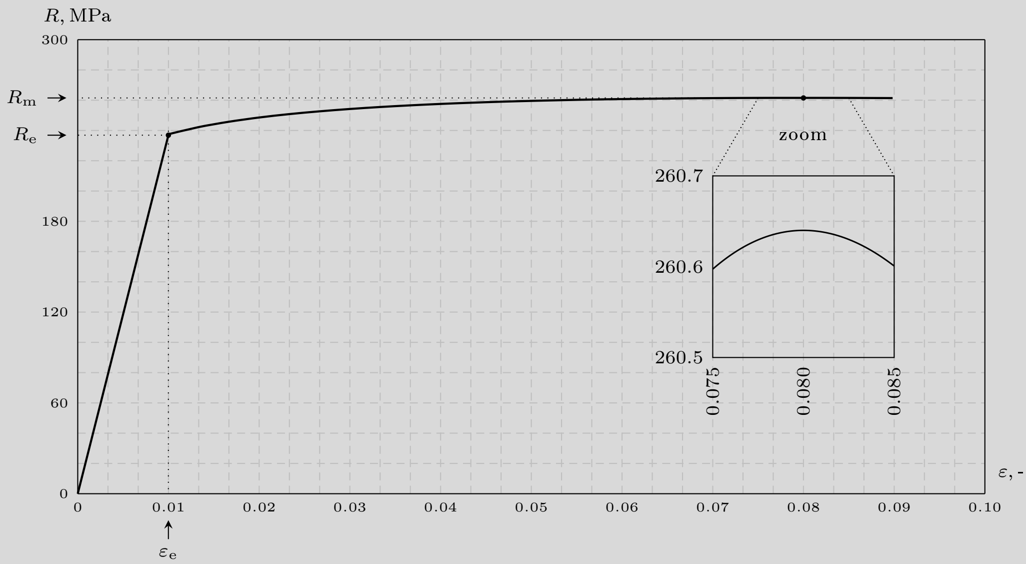

Figure 5: Résistance mécanique

La résistance mécanique du matériau est l'altitude maximale de la courbe de traction. On lit sur le second graphique que $R_m \simeq 260.6\,\mathrm{MPa}$.

k) On suppose que le matériau suit une loi de **Ludwik** pour un coefficient d'écrouissage n. Une hypothèse permet d'estimer assez bien la valeur de ce coefficient à partir d'une des courbes des Figs. 10-12. Quelle est le nom de cette hypothèse et que vaut n dans ces conditions?

Solution

Si on se base sur l'hypothèse de **Considère**, on peut identifier le taux de déformation réel

ε_m en lequel la contrainte nominale vaut la résistance avec le coefficient d'écrouissage n. On lit sur le second graphique que $n \simeq 0.08$.

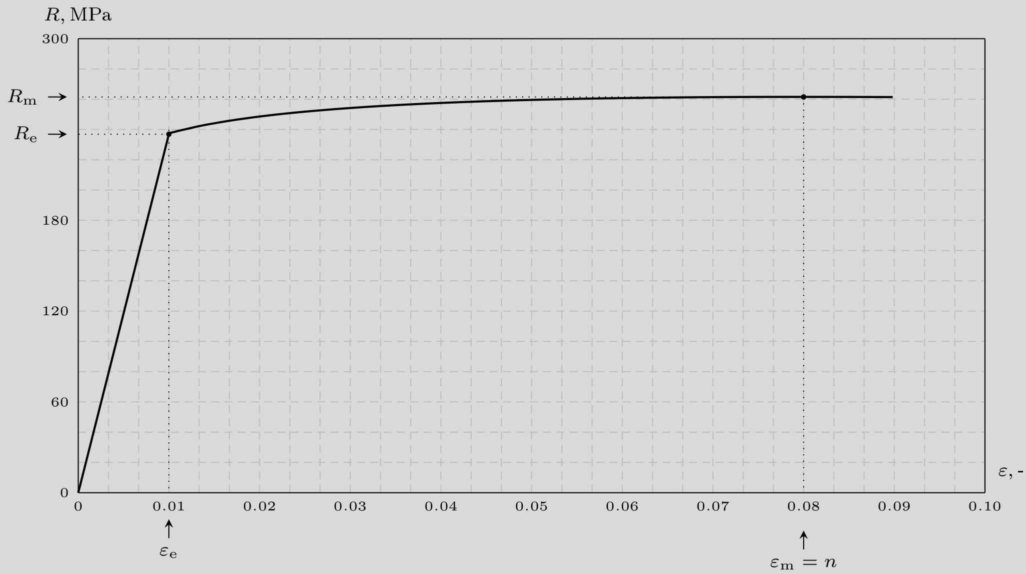

Figure 6: Résistance mécanique

l) Vous prenez un échantillon de section initiale $S_0 = 100\,\mathrm{mm}^2$ et de longueur $l_0 = 1000\,\mathrm{mm}$ fait dans le matériau en question et vous l'amenez à un taux de déformation réel $\varepsilon_\mathrm{r} = 0.05$.

1) Quelle force la presse que vous utilisez doit-elle être capable de développer?

Solution

La force se lit en amplifiant la courbe de traction par la section initiale. Pour $\varepsilon_\mathrm{r} = 0.05$ on lit sur la courbe de traction que $R_\mathrm{r} \simeq 260.6\,\mathrm{MPa}$. En conséquence, puisque $1\,\mathrm{MPa}$ vaut $1\,\mathrm{N/mm}^2$:

$$F_\mathrm{r} \simeq 260.6 \times 100 \simeq 26'060\,\mathrm{N} = 26.06\,\mathrm{kN}.$$

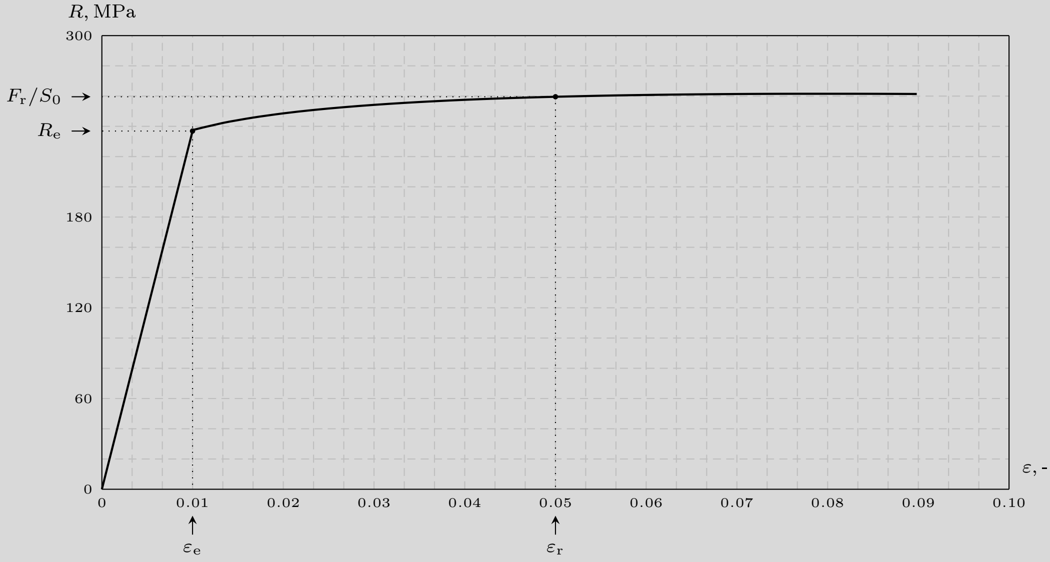

Figure 7: Force de relaxation

2) Vous relâchez progressivement la force appliquée. L'échantillon subi alors un rebond élastique jusqu'à un état de déformation permanente de taux réel ε_p. Une des trois courbes des Figs. 10-12 peut vous aider à estimer graphiquement le taux de déformation réel $\varepsilon_r - \varepsilon_p$ lié à ce rebond. Quelle courbe devez-vous utiliser? Réalisez ensuite le dessin en question et évaluez le taux de déformation réel du rebond.

Solution

Le rebond élastique s'étudie sur la **courbe de traction réelle**. Il faut tracer une droite de pente E à partir du point de relaxation. Cette droite coupe l'axe horizontal au point de coordonnée ε_p. On lit sur le dessin que:

$$\varepsilon_r - \varepsilon_p = \varepsilon_e \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_e}\right)^n \simeq 0.0113$$

ce qui correspond à un rebond élastique de taux de déformation réel $\simeq -0.0113$

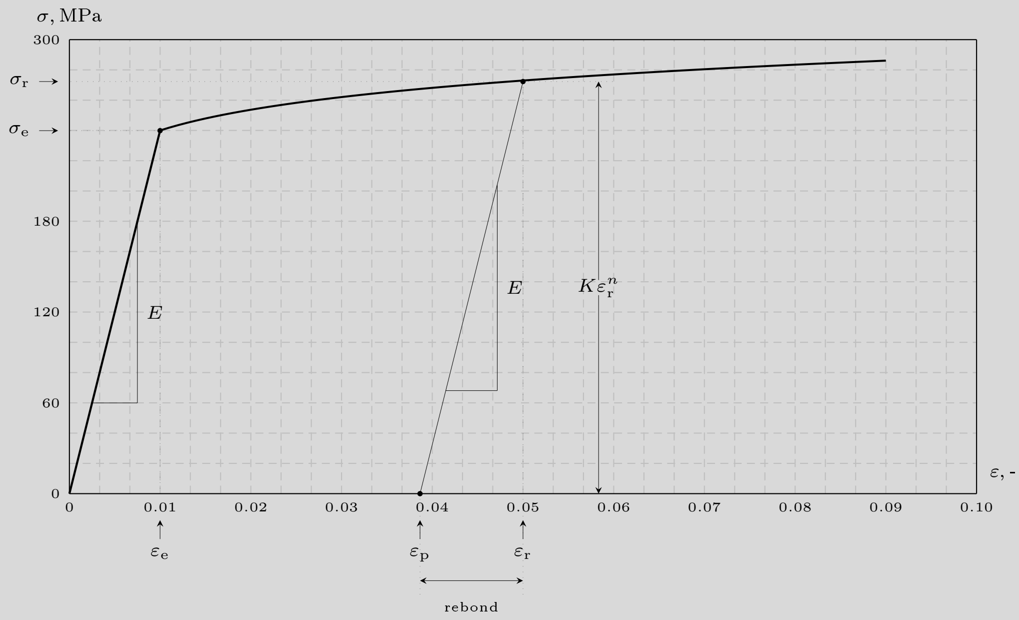

Figure 8: Rebond élastique

3) Quelle est la longueur l_{p} de l'échantillon écroui, une fois la force complètement relâchée?

Solution

Le taux de déformation réel permanent ε_{p} se en ajoutant le taux de déformation réel du rebond au taux de déformation réel en relaxation ε_{r}:

$$\varepsilon_{\mathrm{p}} \simeq 0.05 - 0.0113 = 0.0387.$$

Il en résulte que

$$l_{\mathrm{p}} = l_0 \mathbf{e}^{\varepsilon_{\mathrm{p}}} \simeq 1000 \times \mathbf{e}^{0.0387} \simeq 1039.4\,\mathrm{mm}.$$

4) On vous indique que le triangle (à bords curvilignes) BCD (cf. Fig. 12) couvre un peu moins de 22 cellules du quadrillage (21.75 cellules exactement) Calculez l'énergie que coûte l'opération d'écrouissage qu'on vient d'effectuer.

Solution

Comme le matériau est incompressible (cf. item i), il suffit de multiplier le volume $V_0 = l_0 S_0 = 1000 \times 100 = 100'000\,\mathrm{mm}^3$ par l'énergie spécifique de déformation qui correspond à l'aire sous la courbe de traction réelle de $\varepsilon = 0$ à $\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{r}}$:

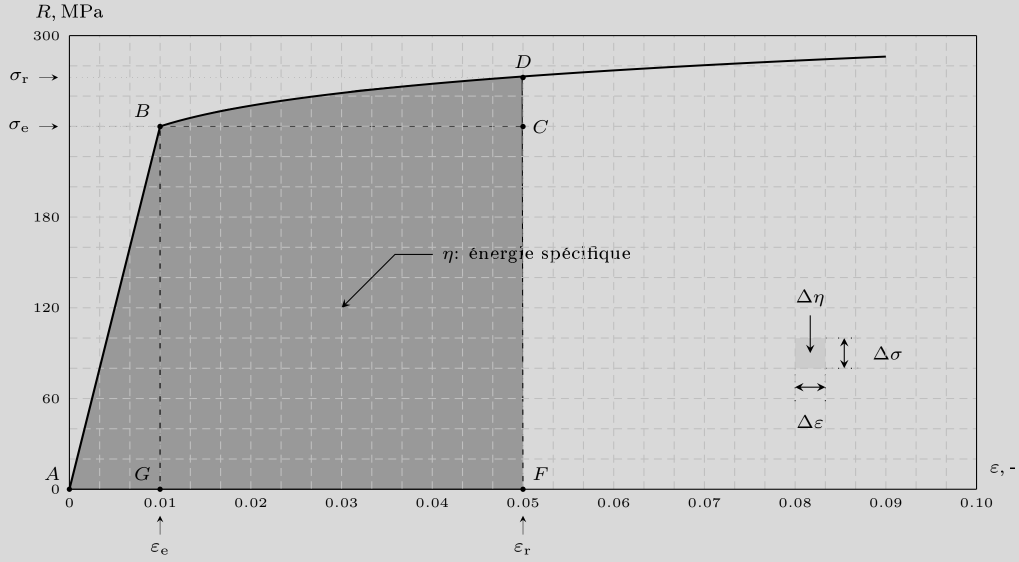

Figure 9: Energie spécifique de déformation

Cette aire correspond à la somme de

- l'aire du triangle AGB qui couvre $\frac{1}{2} \times 4 \times 16 = 32$ cellules de quadrillage de la Fig. 12,
- l'aire du rectangle $GFCB$ qui couvre $16 \times 16 = 256$ cellules de quadrillage de la Fig. 12,
- l'aire du triangle curviligne BCD qui couvre 21.75 cellules de quadrillage de la Fig. 12 selon l'indication.

Au total on a $32 + 256 + 21.75 = 309.75$ cellules. Comme chaque cellule a une aire de $\Delta\eta = \Delta\varepsilon\Delta\sigma = 0.0025 \times 15 = 0.0375\,\mathrm{MPa}$ on trouve que

$$\eta = 309.75 \times 0.0375 = 11.6\,\mathrm{MPa} = 0.0116\,\mathrm{GPa} = 0.0116\,\mathrm{J/mm^3}.$$

Au final, l'énergie nécessaire est de

$$A = \eta V_0 \simeq 0.0116 \times 100'000 \simeq 1160\,\mathrm{J}.$$

5) Quelle est la résistance R'_m du matériau écroui. Est-elle la même que celle du matériau recuit?

Solution

Soumis à une nouvelle expérience de traction, l'échantillon va revenir élastiquement à l'état de relaxation puis reprendre le **même** comportement que l'échantillon recuit. Cela veut dire que pour le même taux de déformation ε (du *point de vue recuit*) on mesurera la même force de traction.

Comme la relaxation a eu lieu avant le maximum d'écrouissage, la force maximale qu'on relèvera sera donc

$$F_\mathrm{m} = R_\mathrm{m} S_0$$

où $R_\mathrm{m} \simeq 262\,\mathrm{MPa}$ est la résistance du matériau recuit et S_0 sa section initiale. On obtient alors la résistance R'_m en rapportant cette force à la section initiale S_p de l'échantillon écroui:

$$R'_\mathrm{m} = \frac{F_\mathrm{m}}{S_\mathrm{p}} = R_\mathrm{m}\frac{S_0}{S_\mathrm{p}}.$$

Comme les volumes des deux échantillons sont identiques (pas de variation permanente de densité), le rapport des sections est l'inverse du rapport des longueurs. Cela donne

$$R'_\mathrm{m} = R_\mathrm{m}\frac{l_\mathrm{p}}{l_0} = R_\mathrm{m}\mathbf{e}^{\varepsilon_\mathrm{p}}.$$

Numériquement, on trouve que

$$R'_\mathrm{m} \simeq 262 \times \mathbf{e}^{0.0387} \simeq 272\,\mathrm{MPa}.$$

Le matériau écroui est donc plus **résistant**. Si on avait possédé un échantillon de ce matériau de même section initiale que le spécimen recuit, alors la force de traction maximale relevée aurait été $\mathbf{e}^{0.0387} \simeq 1.039$ fois plus grande.

Correction

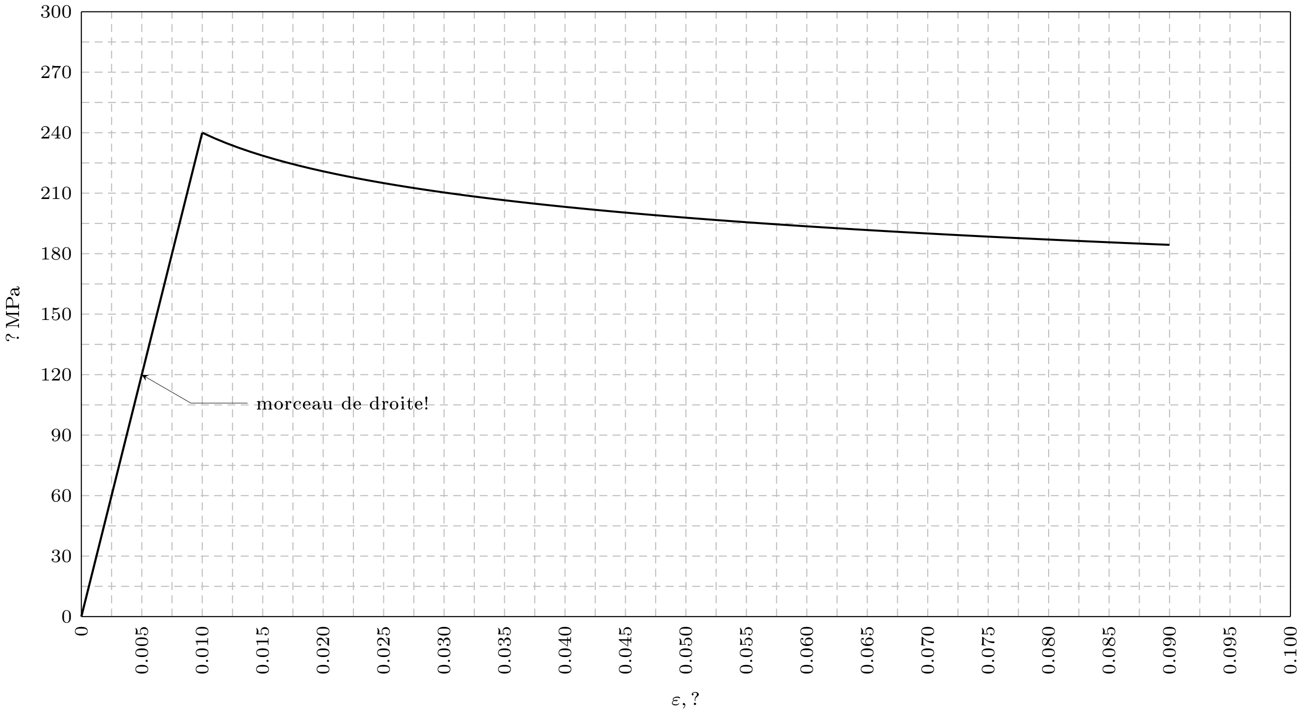

Figure 10: Courbe de traction réelle, courbe de traction nominale ou intrus?

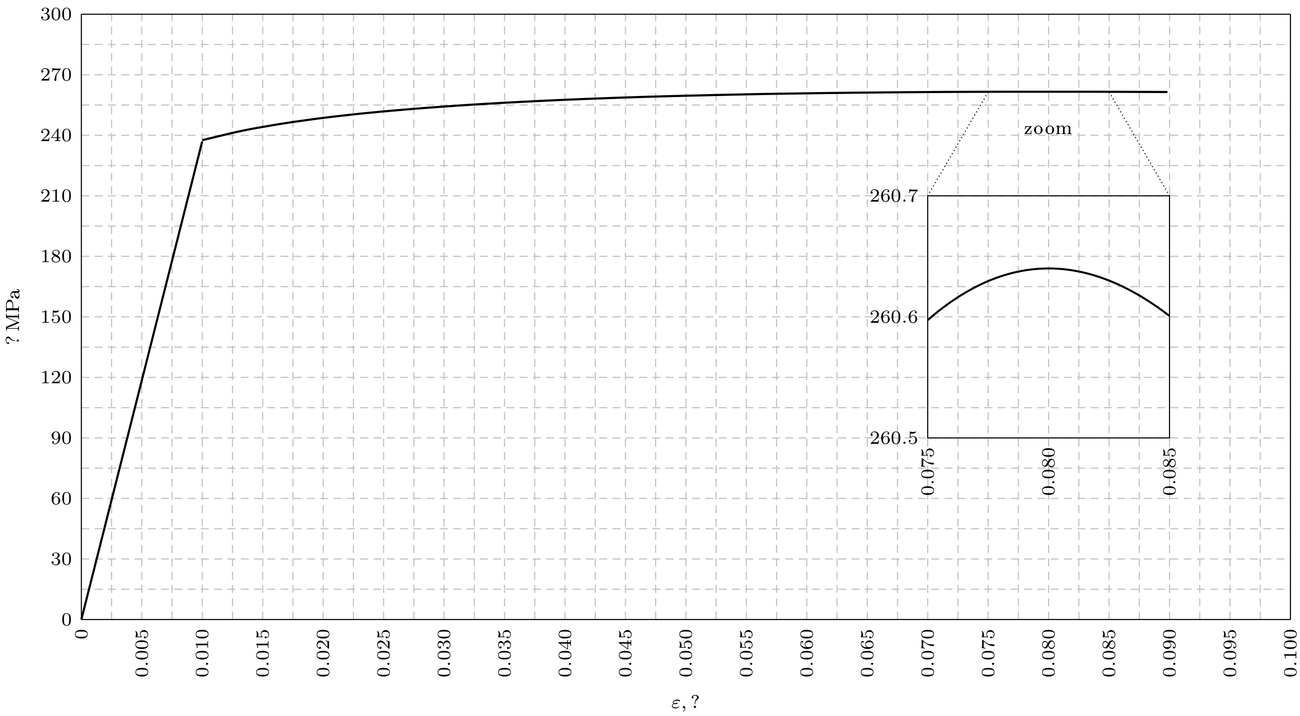

Figure 11: Courbe de traction réelle, courbe de traction nominale ou intrus?

Correction

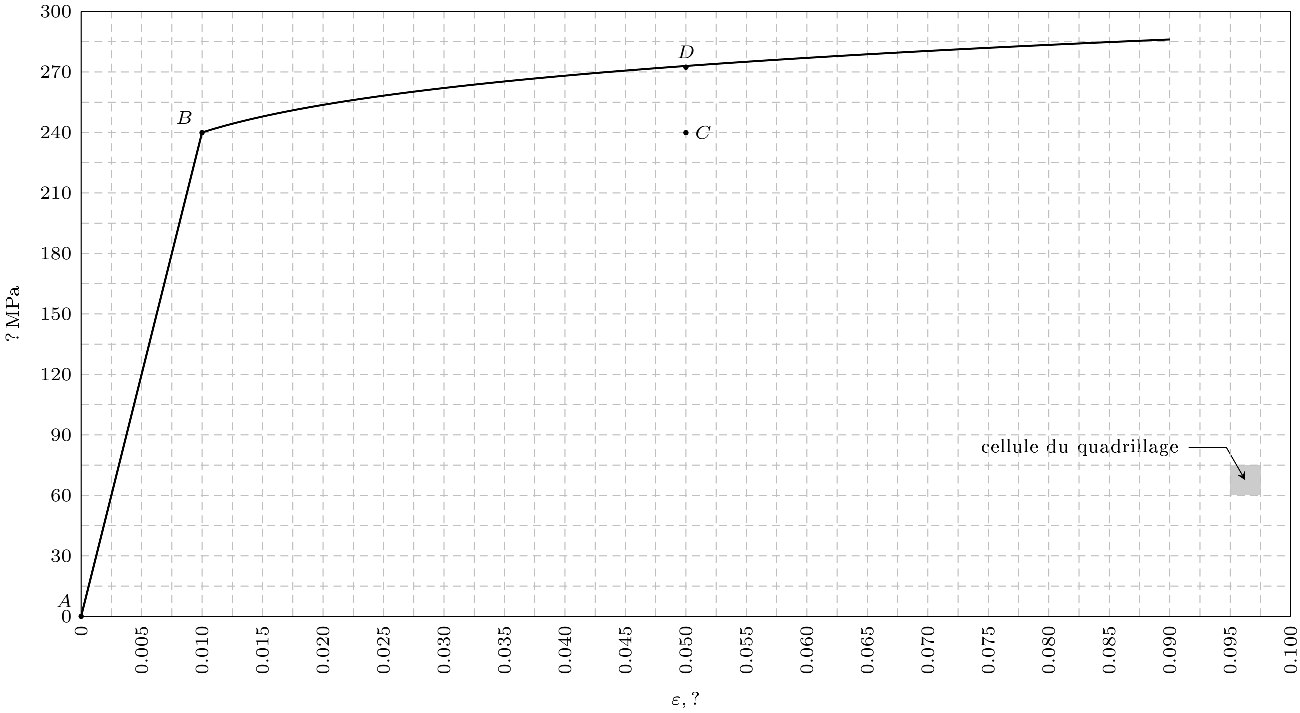

Figure 12: Courbe de traction réelle, courbe de traction nominale ou intrus?