Procédés de fabrication - IGI 2- HEIG-VD- HEIG-VD, travail écrit 1

23 novembre 2021

Enoncé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques

taux de déf. réelle en limite élastique $\varepsilon_e = 0.0075$	*module d'élasticité* $E = 70\,\mathrm{GPa}$	*coefficient de Poisson* $\nu = 0.45$
coefficient d'écrouissage $n = 0.3$	*taux de déf. réel en rupture* $\varepsilon_{ult} = 0.39$	

TABLE – *Caractéristiques mécaniques du matériau considéré*

(a) *On vous demande de complèter les données mécaniques du matériau en calculant*

(1) *Les contraintes réelles* σ_e *et nominales* R_e *en limite élastique,*
(2) *Le module d'écrouissage* K,
(3) *Le taux de déformation réel* ε_m *en résistance.*
(4) *La résistance* R_m,

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques

(1) *La contrainte réelle s'obtient en appliquant la loi de Hooke :*

$$\sigma_e = E\varepsilon_e = 70'000 \times 0.0075 = 525.0 \, MPa. \quad (1)$$

La contrainte nominale R_e s'obtient en combinant loi de Hooke (pour calculer la force) et loi de Poisson pour calculer le rapport entre section courante et section initiale :

$$R_e = E\varepsilon_e \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_e} = 525.0 \times \mathbf{e}^{-2\times 0.45 \times 0.0075} \simeq 521.4 \, MPa. \quad (2)$$

(2) *Le module d'écrouissage est lié au module d'Young pour que les lois de Hooke et de Ludwik coïncident en $\varepsilon = \varepsilon_e$. On a que*

$$K = E\varepsilon_e^{1-n} = 70'000 \times 0.0075^{1-[illegible]} \simeq 2278.4 \, MPa. \quad (3)$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques

(1) *La contrainte réelle s'obtient en appliquant la loi de Hooke :*

$$\boxed{\sigma_{\mathrm{e}} = E\varepsilon_{\mathrm{e}} = 70'000 \times 0.0075 = 525.0 \; MPa.} \tag{1}$$

La contrainte nominale R_{e} s'obtient en combinant loi de Hooke (pour calculer la force) et loi de Poisson pour calculer le rapport entre section courante et section initiale :

$$R_{\mathrm{e}} = E\varepsilon_{\mathrm{e}}\mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_{\mathrm{e}}} = 525.0 \times \mathbf{e}^{-2\times 0.45 \times 0.0075} \simeq 521.4 \; MPa. \tag{2}$$

(2) *Le module d'écrouissage est lié au module d'Young pour que les lois de Hooke et de Ludwik coïncident en $\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{e}}$. On a que*

$$K = E\varepsilon_{\mathrm{e}}^{1-n} = 70'000 \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 2278.4 \; MPa. \tag{3}$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques

(1) *La contrainte réelle s'obtient en appliquant la loi de Hooke :*

$$\sigma_{\mathrm{e}} = E\varepsilon_{\mathrm{e}} = 70'000 \times 0.0075 = 525.0\ MPa. \tag{1}$$

La contrainte nominale R_{e} s'obtient en combinant loi de Hooke (pour calculer la force) et loi de Poisson pour calculer le rapport entre section courante et section initiale :

$$R_{\mathrm{e}} = E\varepsilon_{\mathrm{e}}\mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_{\mathrm{e}}} = 525.0 \times \mathbf{e}^{-2\times 0.45\times 0.0075} \simeq 521.4\ MPa. \tag{2}$$

(2) *Le module d'écrouissage est lié au module d'Young pour que les lois de Hooke et de Ludwik coïncident en $\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{e}}$. On a que*

$$K = E\varepsilon_{\mathrm{e}}^{1-n} = 70'000 \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 2278.4\ MPa. \tag{3}$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques

(1) *La contrainte réelle s'obtient en appliquant la loi de Hooke :*

$$\sigma_e = E\varepsilon_e = 70'000 \times 0.0075 = 525.0 \ MPa. \tag{1}$$

La contrainte nominale R_e s'obtient en combinant loi de Hooke (pour calculer la force) et loi de Poisson pour calculer le rapport entre section courante et section initiale :

$$R_e = E\varepsilon_e \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_e} = 525.0 \times \mathbf{e}^{-2\times0.45\times0.0075} \simeq 521.4 \ MPa. \tag{2}$$

(2) *Le module d'écrouissage est lié au module d'Young pour que les lois de Hooke et de Ludwik coïncident en $\varepsilon = \varepsilon_e$. On a que*

$$K = E\varepsilon_e^{1-n} = 70'000 \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 2278.4 \ MPa. \tag{3}$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques

(1) *La contrainte réelle s'obtient en appliquant la loi de Hooke :*

$$\sigma_e = E\varepsilon_e = 70'000 \times 0.0075 = 525.0 \, MPa. \qquad (1)$$

La contrainte nominale R_e s'obtient en combinant loi de Hooke (pour calculer la force) et loi de Poisson pour calculer le rapport entre section courante et section initiale :

$$R_e = E\varepsilon_e \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_e} = 525.0 \times \mathbf{e}^{-2\times 0.45\times 0.0075} \simeq 521.4 \, MPa. \qquad (2)$$

(2) *Le module d'écrouissage est lié au module d'Young pour que les lois de Hooke et de Ludwik coïncident en $\varepsilon = \varepsilon_e$. On a que*

$$K = E\varepsilon_e^{1-n} = 70'000 \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 2278.4 \, MPa. \qquad (3)$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques

(1) *La contrainte réelle s'obtient en appliquant la loi de Hooke :*

$$\sigma_e = E\varepsilon_e = 70'000 \times 0.0075 = 525.0\ MPa. \tag{1}$$

La contrainte nominale R_e s'obtient en combinant loi de Hooke (pour calculer la force) et loi de Poisson pour calculer le rapport entre section courante et section initiale :

$$R_e = E\varepsilon_e \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon_e} = 525.0 \times \mathbf{e}^{-2\times 0.45\times 0.0075} \simeq 521.4\ MPa. \tag{2}$$

(2) *Le module d'écrouissage est lié au module d'Young pour que les lois de Hooke et de Ludwik coïncident en $\varepsilon = \varepsilon_e$. On a que*

$$K = E\varepsilon_e^{1-n} = 70'000 \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 2278.4\ MPa. \tag{3}$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques (suite)

(3) *S'il est plus grand que $\varepsilon_{\mathrm{e}} = 0.0075$ et plus petit que $\varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39$, ce qui est le cas ici, le coefficient d'écrouissage n joue le rôle du taux de déformation réel ε_{m} en résistance :*

$$\varepsilon_{\mathrm{m}} = n = 0.3. \tag{4}$$

(4) *La résistance R_{m} se déduit du module d'écrouissage par une formule du cours :*

$$R_{\mathrm{m}} = K \left(\frac{n}{\mathbf{e}}\right)^n \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_{\mathrm{e}}} \simeq 2278.4 \left(\frac{0.3}{2.718}\right)^{0.3} \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 1'177.1 \text{ MPa}. \tag{5}$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques (suite)

(3) *S'il est* *plus grand* *que* $\varepsilon_{\mathrm{e}} = 0.0075$ *et* *plus petit* *que* $\varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39$*, ce qui est le cas ici, le coefficient d'écrouissage n joue le rôle du taux de déformation réel* ε_{m} *en résistance :*

$$\varepsilon_{\mathrm{m}} = n = 0.3. \tag{4}$$

(4) *La résistance* R_{m} *se déduit du module d'écrouissage par une formule du cours :*

$$R_{\mathrm{m}} = K\left(\frac{n}{\mathbf{e}}\right)^{n} \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_{\mathrm{e}}} \simeq 2278.4\left(\frac{0.3}{2.718}\right)^{0.3} \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 1'177.1 \text{ MPa}. \tag{5}$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques (suite)

(3) *S'il est plus grand que $\varepsilon_e = 0.0075$ et plus petit que $\varepsilon_{ult} = 0.39$, ce qui est le cas ici, le coefficient d'écrouissage n joue le rôle du taux de déformation réel ε_m en résistance :*

$$\varepsilon_m = n = 0.3. \tag{4}$$

(4) *La résistance R_m se déduit du module d'écrouissage par une formule du cours :*

$$R_m = K \left(\frac{n}{\mathbf{e}}\right)^n \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_e} \simeq 2278.4 \left(\frac{0.3}{2.718}\right)^{0.3} \mathbf{e}^{(1-2\times0.45)\times0.0075} \simeq 1'177.1\ MPa. \tag{5}$$

Corrigé exercice 1a)

Etirage : propriétés mécaniques (suite)

(3) *S'il est plus grand que $\varepsilon_{\mathrm{e}} = 0.0075$ et plus petit que $\varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39$, ce qui est le cas ici, le coefficient d'écrouissage n joue le rôle du taux de déformation réel ε_{m} en résistance :*

$$\varepsilon_{\mathrm{m}} = n = 0.3. \tag{4}$$

(4) *La résistance R_{m} se déduit du module d'écrouissage par une formule du cours :*

$$R_{\mathrm{m}} = K \left(\frac{n}{\mathbf{e}}\right)^n \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_{\mathrm{e}}} \simeq 2278.4 \left(\frac{0.3}{2.718}\right)^{0.3} \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 1'177.1\ MPa. \tag{5}$$

Enoncé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

taux de déf. réelle en limite élastique $\varepsilon_e = 0.0075$	*module d'élasticité* $E = 70\,\mathrm{GPa}$	*coefficient de Poisson* $\nu = 0.45$
coefficient d'écrouissage $n = 0.3$	*taux de déf. réel en rupture* $\varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39$	

TABLE – *Caractéristiques mécaniques du matériau considéré*

- *Vous formez une barre cylindrique de rayon* $r_0 = 20$ *mm et de longueur* $l_0 = 500$ *mm faite du matériau décrit ci-dessus.*

(b) *Lorsque la machine de traction développe sa charge maximale* $F_{\max}$ *le taux de déformation réel* $\varepsilon_{\max} = 0.24$*. Déduisez la valeur de* $F_{\max}$ *de cette observation.*

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale $R_{\rm max}$ mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0.* *On a que*

$$R_{\rm max} = R_{\rm m} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\rm max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\rm m} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\rm max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8}\right)^{0.3} \simeq 1168.9 \, MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \tag{6}$$

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale R_{max} mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0. On a que*

$$R_{\mathrm{max}} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\mathrm{max}}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\mathrm{max}} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8}\right)^{0.3} \simeq 1168.9 \ \textit{MPa}.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \tag{6}$$

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale $R_{\max}$ mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x \mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8}\right)^{0.3} \simeq 1168.9 \ \textit{MPa}.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \tag{6}$$

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale $R_{\max}$ mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^{n} \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8} \right)^{0.3} \simeq 1168.9 \, MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \simeq 3.14 \times 20^2 \simeq 1'256.6 \, mm^2, \qquad (6)$$

la conclusion est que

$$F_{\max} = R_{\max} S_0 = \qquad (7)$$

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale $R_{\max}$ mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8} \right)^{0.3} \simeq 1168.9 \, MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \simeq 3.14 \times 20^2 \simeq 1'256.6 \, mm^2, \tag{6}$$

la conclusion est que

$$F_{\max} = R_{\max} S_0 = \simeq 1168.9 \times 1'256.6 \simeq 1'468'957.4 \, N \simeq 1'468.9 \, kN \tag{7}$$

soit environ 1.5 MN

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale* $R_{\max}$ *mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale* S_0*. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$*, donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8} \right)^{0.3} \simeq 1168.9\, MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \simeq 3.14 \times 20^2 \simeq 1'256.6\, mm^2, \tag{6}$$

la conclusion est que

$$F_{\max} = R_{\max} S_0 = \simeq 1168.9 \times 1'256.6 \simeq 1'468'957.4\, N \simeq 1'468.9\, kN. \tag{7}$$

soit environ 1.5 MN.

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale $R_{\max}$ mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8}\right)^{0.3} \simeq 1168.9\, MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \simeq 3.14 \times 20^2 \simeq 1'256.6\, mm^2, \tag{6}$$

la conclusion est que

$$F_{\max} = R_{\max} S_0 = \simeq 1168.9 \times 1'256.6 \simeq 1'468'957.4\, N \simeq 1'468.9\, kN. \tag{7}$$

soit environ 1.5 MN.

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale* $R_{\max}$ *mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale* S_0*. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$*, donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8} \right)^{0.3} \simeq 1168.9\,MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \simeq 3.14 \times 20^2 \simeq 1'256.6\,mm^2, \tag{6}$$

la conclusion est que

$$F_{\max} = R_{\max} S_0 = \simeq 1168.9 \times 1'256.6 \simeq 1'468'957.4\,N \simeq 1'468.9\,kN. \tag{7}$$

soit environ 1.5 MN.

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale $R_{\max}$ mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad avec \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8}\right)^{0.3} \simeq 1168.9\, MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \simeq 3.14 \times 20^2 \simeq 1'256.6\, mm^2, \tag{6}$$

la conclusion est que

$$F_{\max} = R_{\max} S_0 = \simeq 1168.9 \times 1'256.6 \simeq 1'468'957.4\, N \simeq 1'468.9\, kN. \tag{7}$$

soit environ 1.5 MN.

Corrigé exercice 1b)

Etirage : force maximale de la machine

(b) *On peut déduire la charge en calculant la contrainte nominale $R_{\max}$ mesurée au moment où la machine se bloque et en multipliant le résultat par la section initiale S_0. On a que*

$$R_{\max} = R_{\mathrm{m}} \left(x\mathbf{e}^{1-x} \right)^n \quad \textit{avec} \quad x = \frac{\varepsilon_{\max}}{n}.$$

Dans notre cas $x = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$, $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa et* $n = 0.3$, *donc*

$$R_{\max} \simeq 1'177.1 \times \left(0.8 \times \mathbf{e}^{1-0.8} \right)^{0.3} \simeq 1168.9 \, MPa.$$

Comme

$$S_0 = \pi r_0^2 \simeq 3.14 \times 20^2 \simeq 1'256.6 \, mm^2, \tag{6}$$

la conclusion est que

$$F_{\max} = R_{\max} S_0 = \simeq 1168.9 \times 1'256.6 \simeq 1'468'957.4 \, N \simeq 1'468.9 \, kN. \tag{7}$$

soit environ 1.5 *MN.*

Enoncé exercice 1c)

Etirage : relaxation de la charge

taux de déf. réelle en limite élastique $\varepsilon_e = 0.0075$	*module d'élasticité* $E = 70\,\mathrm{GPa}$	*coefficient de Poisson* $\nu = 0.45$
coefficient d'écrouissage $n = 0.3$	*taux de déf. réel en rupture* $\varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39$	

TABLE – *Caractéristiques mécaniques du matériau considéré*

- *Vous formez une barre cylindrique de rayon* $r_0 = 20$ *mm et de longueur* $l_0 = 500$ *mm faite du matériau décrit ci-dessus.*

(c) *Vous relâchez la force à partir de la valeur* F_{max} *et sortez la barre de la machine.*

(1) *Calculez le taux de déformation permanent* ε_{p}*, la longueur* l_{p}*, la section* S_{p}*, et le volume* V_{p} *de la barre à sa sortie de machine.*

(2) *Commentez la différence, s'il y en a une, entre* V_{p} *et le volume initial* V_0 *de la barre.*

Corrigé exercice 1c)

Etirage : relaxation de la charge

(c) *Après relaxation :*

i) *Le taux de déformation permanent* ε_p *se déduit en appliquant l'équation de la déformation permanente :*

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \varepsilon_\mathrm{r} - \varepsilon_\mathrm{r}^n \varepsilon_\mathrm{e}^{1-n} = 0.24 - 0.24^{0.3} \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 0.218. \tag{8}$$

ii) *La longueur* l_p *se déduit directement de* ε_p *:*

$$l_\mathrm{p} = l_0 \mathbf{e}^{\varepsilon_\mathrm{p}} \simeq 500 \times \mathbf{e}^{0.218} \simeq 622.28\ mm, \tag{9}$$

Corrigé exercice 1c)

Etirage : relaxation de la charge

(c) *Après relaxation :*

i) *Le taux de déformation permanent* ε_p *se déduit en appliquant l'équation de la déformation permanente :*

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \varepsilon_\mathrm{r} - \varepsilon_\mathrm{r}^n \varepsilon_\mathrm{e}^{1-n} = 0.24 - 0.24^{0.3} \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 0.218. \quad (8)$$

ii) *La longueur* l_p *se déduit directement de* ε_p *:*

$$l_\mathrm{p} = l_0 \mathbf{e}^{\varepsilon_\mathrm{p}} \simeq 500 \times \mathbf{e}^{0.218} \simeq 622.28\ mm, \quad (9)$$

Corrigé exercice 1c)

Etirage : relaxation de la charge

(c) *Après relaxation :*

i) *Le taux de déformation permanent* ε_p *se déduit en appliquant l'équation de la déformation permanente :*

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \varepsilon_\mathrm{r} - \varepsilon_\mathrm{r}^n \varepsilon_\mathrm{e}^{1-n} = 0.24 - 0.24^{0.3} \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 0.218. \qquad (8)$$

ii) *La longueur* l_p *se déduit directement de* ε_p *:*

$$l_\mathrm{p} = l_0 \mathbf{e}^{\varepsilon_\mathrm{p}} \simeq 500 \times \mathbf{e}^{0.218} \simeq 622.28\ mm, \qquad (9)$$

Corrigé exercice 1c)

Etirage : relaxation de la charge

(c) *Après relaxation :*

i) *Le taux de déformation permanent ε_p se déduit en appliquant l'équation de la déformation permanente :*

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \varepsilon_\mathrm{r} - \varepsilon_\mathrm{r}^n \varepsilon_\mathrm{e}^{1-n} = 0.24 - 0.24^{0.3} \times 0.0075^{1-0.3} \simeq 0.218. \tag{8}$$

ii) *La longueur l_p se déduit directement de ε_p :*

$$l_\mathrm{p} = l_0 \mathbf{e}^{\varepsilon_\mathrm{p}} \simeq 500 \times \mathbf{e}^{0.218} \simeq 622.28 \; mm, \tag{9}$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Pour calculer la section S_p, le plus simple est d'utiliser que les déformations permanentes ne modifient pas le volume :*

$$S_p l_p = S_0 l_0 .$$

En résolvant pour S_p et en utilisant la valeur de S_0, $S_0 = 1'256.6\ mm^2$:

$$S_p = \frac{S_0 l_0}{l_p} \simeq \frac{1'256.6 \times 500}{622.28} \simeq 1009.6\ mm^2 . \tag{10}$$

Dans ce contexte on a que :

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Pour calculer la section S_p, le plus simple est d'utiliser que les déformations permanentes ne modifient pas le volume :*

$$S_\mathrm{p} l_\mathrm{p} = S_0 l_0 .$$

En résolvant pour S_p et en utilisant la valeur de S_0, $S_0 = 1'256.6\ mm^2$:

$$\boxed{S_\mathrm{p} = \frac{S_0 l_0}{l_\mathrm{p}} \simeq \frac{1'256.6 \times 500}{622.28} \simeq 1009.6\ mm^2.} \tag{10}$$

Dans ce contexte on a que :

$$V_\mathrm{p} = V_0 = S_0 l_0 \simeq 1'256.6 \times 500 = 628'318\ mm^3 . \tag{11}$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Pour calculer la section S_p, le plus simple est d'utiliser que les déformations permanentes ne modifient pas le volume :*

$$S_\mathrm{p} l_\mathrm{p} = S_0 l_0 .$$

En résolvant pour S_p et en utilisant la valeur de S_0, $S_0 = 1'256.6\, mm^2$:

$$\boxed{S_\mathrm{p} = \frac{S_0 l_0}{l_\mathrm{p}} \simeq \frac{1'256.6 \times 500}{622.28} \simeq 1009.6\, mm^2 .} \tag{10}$$

Dans ce contexte on a que :

$$V_\mathrm{p} = V_0 = S_0 l_0 \simeq 1'256.6 \times 500 = 628'318\, mm^3 . \tag{11}$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Pour calculer la section S_p, le plus simple est d'utiliser que les déformations permanentes ne modifient pas le volume :*

$$S_\mathrm{p} l_\mathrm{p} = S_0 l_0 .$$

En résolvant pour S_p et en utilisant la valeur de S_0, $S_0 = 1'256.6\, mm^2$:

$$S_\mathrm{p} = \frac{S_0 l_0}{l_\mathrm{p}} \simeq \frac{1'256.6 \times 500}{622.28} \simeq 1009.6\, mm^2 . \tag{10}$$

Dans ce contexte on a que :

$$V_\mathrm{p} = V_0 = S_0 l_0 \simeq 1'256.6 \times 500 = 628'318\, mm^3 . \tag{11}$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Pour calculer la section S_p, le plus simple est d'utiliser que les déformations permanentes ne modifient pas le volume :*

$$S_p l_p = S_0 l_0 .$$

En résolvant pour S_p et en utilisant la valeur de S_0, $S_0 = 1'256.6\ mm^2$:

$$\boxed{S_p = \frac{S_0 l_0}{l_p} \simeq \frac{1'256.6 \times 500}{622.28} \simeq 1009.6\ mm^2 .} \quad (10)$$

Dans ce contexte on a que :

$$\boxed{V_p = V_0 = S_0 l_0 \simeq 1'256.6 \times 500 = 628'318\ mm^3 .} \quad (11)$$

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Mais on peut aussi appliquer la théorie de Considère pour calculer le volume en relaxation* V_r *:*

$$V_r = V_0 \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_e} \simeq 628'318 \times \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 628'789\ mm^3. \tag{12}$$

On peut ensuite relier le volume permanent V_p *à* V_r *en utilisant que la remise en relaxation de la barre est une déformation* ***élastique*** *de taux de déformation* $\varepsilon_r - \varepsilon_p$ *:*

$$V_r = V_p \mathbf{e}^{(1-2\nu)(\varepsilon_r-\varepsilon_p)} \qquad \textit{(Poisson)}.$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Mais on peut aussi appliquer la théorie de Considère pour calculer le volume en relaxation V_r :*

$$V_r = V_0 \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_e} \simeq 628'318 \times \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 628'789\ mm^3. \qquad (12)$$

On peut ensuite relier le volume permanent V_p à V_r en utilisant que la remise en relaxation de la barre est une déformation ***élastique*** *de taux de déformation $\varepsilon_r - \varepsilon_p$:*

$$V_r = V_p \mathbf{e}^{(1-2\nu)(\varepsilon_r - \varepsilon_p)} \qquad \textbf{\textit{(Poisson)}}.$$

Si on résoud pour V_p et qu'on utilise que $\varepsilon_r = 0.24$ et que $\varepsilon_p = 0.218$, on trouve :

$$V_p = V_r \times \mathbf{e}^{-(1-2\nu)(\varepsilon_r - \varepsilon_p)} \simeq 628'789 \times \mathbf{e}^{-(1-2\times 0.45)(0.24-0.218)} \simeq 627'457\ mm^3 \qquad (13)$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Mais on peut aussi appliquer la théorie de Considère pour calculer le volume en relaxation V_r :*

$$V_r = V_0 \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_e} \simeq 628'318 \times \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 628'789\, mm^3. \qquad (12)$$

*On peut ensuite relier le volume permanent V_p à V_r en utilisant que la remise en relaxation de la barre est une déformation **élastique** de taux de déformation $\varepsilon_r - \varepsilon_p$:*

$$V_r = V_p \mathbf{e}^{(1-2\nu)(\varepsilon_r - \varepsilon_p)} \qquad \textbf{\textit{(Poisson)}}.$$

Si on résoud pour V_p et qu'on utilise que $\varepsilon_r = 0.24$ et que $\varepsilon_p = 0.218$, on trouve :

$$V_p = V_r \times \mathbf{e}^{-(1-2\nu)(\varepsilon_r - \varepsilon_p)} \simeq 628'789 \times \mathbf{e}^{-(1-2\times 0.45)(0.24-0.218)} \simeq 627'457\, mm^3. \qquad (13)$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Mais on peut aussi appliquer la théorie de Considère pour calculer le volume en relaxation V_r :*

$$V_r = V_0 \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_e} \simeq 628'318 \times \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 628'789\, mm^3. \quad (12)$$

On peut ensuite relier le volume permanent V_p à V_r en utilisant que la remise en relaxation de la barre est une déformation ***élastique*** *de taux de déformation $\varepsilon_r - \varepsilon_p$:*

$$V_r = V_p \mathbf{e}^{(1-2\nu)(\varepsilon_r-\varepsilon_p)} \qquad \textbf{(Poisson)}.$$

Si on résoud pour V_p et qu'on utilise que $\varepsilon_r = 0.24$ et que $\varepsilon_p = 0.218$, on trouve :

$$V_p = V_r \times \mathbf{e}^{-(1-2\nu)(\varepsilon_r-\varepsilon_p)} \simeq 628'789 \times \mathbf{e}^{-(1-2\times 0.45)(0.24-0.218)} \simeq 627'457\, mm^3. \quad (13)$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *Mais on peut aussi appliquer la théorie de Considère pour calculer le volume en relaxation V_r :*

$$V_r = V_0 \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon_e} \simeq 628'318 \times \mathbf{e}^{(1-2\times 0.45)\times 0.0075} \simeq 628'789\, mm^3. \tag{12}$$

On peut ensuite relier le volume permanent V_p à V_r en utilisant que la remise en relaxation de la barre est une déformation ***élastique*** *de taux de déformation $\varepsilon_r - \varepsilon_p$:*

$$V_r = V_p \mathbf{e}^{(1-2\nu)(\varepsilon_r - \varepsilon_p)} \qquad \textit{\textbf{(Poisson)}}.$$

Si on résoud pour V_p et qu'on utilise que $\varepsilon_r = 0.24$ et que $\varepsilon_p = 0.218$, on trouve :

$$V_p = V_r \times \mathbf{e}^{-(1-2\nu)(\varepsilon_r - \varepsilon_p)} \simeq 628'789 \times \mathbf{e}^{-(1-2\times 0.45)(0.24-0.218)} \simeq 627'457\, mm^3. \tag{13}$$

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *On peut ensuite identifier S_{p} en utilisant que*

$$S_{\mathrm{p}} = \frac{V_{\mathrm{p}}}{l_{\mathrm{p}}} \simeq \frac{627'457}{622.28} \simeq 1008.3\ mm, \tag{14}$$

On observera que la théorie de Considère prédit une diminution du volume permanent de la pièce, ce qui n'est pas observé en réalité.

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *On peut ensuite identifier S_p en utilisant que*

$$S_p = \frac{V_p}{l_p} \simeq \frac{627'457}{622.28} \simeq 1008.3\ mm, \tag{14}$$

On observera que la théorie de Considère prédit une diminution du volume permanent de la pièce, ce qui n'est pas observé en réalité. Il faut toutefois souligner que, dans notre cas, cette diminution est très faible, de l'ordre du pour mille :

$$\frac{V_0 - V_p}{V_0} = \frac{628'318 - 627'457}{628'318} \simeq 0.137‰.$$

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *On peut ensuite identifier S_p en utilisant que*

$$S_p = \frac{V_p}{l_p} \simeq \frac{627'457}{622.28} \simeq 1008.3 \; mm, \tag{14}$$

On observera que la théorie de Considère prédit une diminution du volume permanent de la pièce, ce qui n'est pas observé en réalité. Il faut toutefois souligner que, dans notre cas, cette diminution est très faible, de l'ordre du pour mille :

$$\frac{V_0 - V_p}{V_0} = \frac{628'318 - 627'457}{628'318} \simeq 0.137\%.$$

Cette erreur se répercute évidemment sur la prédiction de la section permanente.

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *On peut ensuite identifier S_p en utilisant que*

$$S_\mathrm{p} = \frac{V_\mathrm{p}}{l_\mathrm{p}} \simeq \frac{627'457}{622.28} \simeq 1008.3 \; mm, \tag{14}$$

On observera que la théorie de Considère prédit une diminution du volume permanent de la pièce, ce qui n'est pas observé en réalité. Il faut toutefois souligner que, dans notre cas, cette diminution est très faible, de l'ordre du pour mille :

$$\frac{V_0 - V_\mathrm{p}}{V_0} = \frac{628'318 - 627'457}{628'318} \simeq 0.137\%.$$

Cette erreur se répercute évidemment sur la prédiction de la section permanente.

Corrigé exercice 1c) (suite)

Etirage : relaxation de la charge

(iii) *On peut ensuite identifier S_p en utilisant que*

$$S_p = \frac{V_p}{l_p} \simeq \frac{627'457}{622.28} \simeq 1008.3\ mm, \tag{14}$$

On observera que la théorie de Considère prédit une diminution du volume permanent de la pièce, ce qui n'est pas observé en réalité. Il faut toutefois souligner que, dans notre cas, cette diminution est très faible, de l'ordre du pour mille :

$$\frac{V_0 - V_p}{V_0} = \frac{628'318 - 627'457}{628'318} \simeq 0.137\%.$$

Cette erreur se répercute évidemment sur la prédiction de la section permanente.

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Vous formez une barre cylindrique de rayon* $r_0 = 20$ *mm et de longueur* $l_0 = 500$ *mm faite du matériau décrit ci-dessus.*
- *La longueur permanente* l_p *que vous venez d'obtenir ne convient pas à votre client. Pour allonger la barre de plus, vous la soumettez à un recuit qui ne modifie pas ses dimensions, puis vous la remettez en traction en utilisant la* ***même*** *machine que tout à l'heure.*

(d) *Calculez*

(i) *le taux de déformation maximal* $\varepsilon_{\mathrm{max};2}$ *que vous allez pouvoir atteindre,*

(ii) *le taux de déformation* $\varepsilon_{\mathrm{r};2}$ *qu'il faut atteindre en relaxation si le souhait de votre client est d'obtenir une barre dont la longueur est de* 820 *mm.*

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est* $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa. Cette valeur permet d'évaluer la charge* F_2 *qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance* R_{m} *par la section* $S_{0;2}$ *de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre,* $S_{0;2}$ *correspond à la section permanente* S_{p} *obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_{\mathrm{p}} \simeq 1009.6\,mm^2 \qquad (15)$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_{\mathrm{m}} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\,N \simeq 1.188\,MN. \qquad (16)$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ MPa. Cette valeur permet d'évaluer la charge F_2 qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance R_{m} par la section $S_{0;2}$ de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre, $S_{0;2}$ correspond à la section permanente S_{p} obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_{\mathrm{p}} \simeq 1009.6\,mm^2. \tag{15}$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_{\mathrm{m}} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\,N \simeq 1.188\,MN. \tag{16}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est* $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa. Cette valeur permet d'évaluer la charge* F_2 *qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance* R_{m} *par la section* $S_{0;2}$ *de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre,* $S_{0;2}$ *correspond à la section permanente* S_{p} *obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_{\mathrm{p}} \simeq 1009.6\ mm^2. \tag{15}$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_{\mathrm{m}} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\ N \simeq 1.188\ MN. \tag{16}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est* $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa. Cette valeur permet d'évaluer la charge* F_2 *qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance* R_{m} *par la section* $S_{0;2}$ *de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre,* $S_{0;2}$ *correspond à la section permanente* S_{p} *obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_{\mathrm{p}} \simeq 1009.6\ mm^2. \tag{15}$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_{\mathrm{m}} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\ N \simeq 1.188\ MN. \tag{16}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est* $R_\mathrm{m} = 1'177.1$ *MPa. Cette valeur permet d'évaluer la charge* F_2 *qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance* R_m *par la section* $S_{0;2}$ *de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre,* $S_{0;2}$ *correspond à la section permanente* S_p *obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_\mathrm{p} \simeq 1009.6\, mm^2. \tag{15}$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_\mathrm{m} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\, N \simeq 1.188\, MN. \tag{16}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1\ MPa$. Cette valeur permet d'évaluer la charge F_2 qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance R_{m} par la section $S_{0;2}$ de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre, $S_{0;2}$ correspond à la section permanente S_{p} obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_{\mathrm{p}} \simeq 1009.6\ mm^2. \tag{15}$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_{\mathrm{m}} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\ N \simeq 1.188\ MN. \tag{16}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est* $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa. Cette valeur permet d'évaluer la charge* F_2 *qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance* R_{m} *par la section* $S_{0;2}$ *de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre,* $S_{0;2}$ *correspond à la section permanente* S_{p} *obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_{\mathrm{p}} \simeq 1009.6\, mm^2. \tag{15}$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_{\mathrm{m}} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\, N \simeq 1.188\, MN. \tag{16}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage

- *Après le recuit, le matériau de la barre a recouvré ses propriétés mécaniques initiales.*
- *En particulier, sa résistance est* $R_{\mathrm{m}} = 1'177.1$ *MPa. Cette valeur permet d'évaluer la charge* F_2 *qui est nécessaire pour faire passer la barre recuite par le point de résistance : il suffit de multipliant la résistance* R_{m} *par la section* $S_{0;2}$ *de la barre recuite au début de sa mise en traction.*
- *Comme l'opération de recuit n'a pas modifié sensiblement les dimensions de la barre,* $S_{0;2}$ *correspond à la section permanente* S_{p} *obtenue après la relaxation de la première traction :*

$$S_{0;2} = S_{\mathrm{p}} \simeq 1009.6\, mm^2. \tag{15}$$

- *La conclusion est que*

$$F_2 = R_{\mathrm{m}} S_{0;2} \simeq 1'177.1 \times 1009.6 \simeq 1'188'520.4\, N \simeq 1.188\, MN. \tag{16}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Comme cette charge est nettement inférieure à la force de* $\simeq$ 1.5 *MN que notre machine peut développer, nous arriverons à amener la barre en rupture et le taux de déformation maximal atteignable sur la deuxième barre sera :*

$$\varepsilon_{\max;2} = \varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39 \tag{17}$$

- *Comme l'opération de recuit ne modifie pas les dimensions, la longueur initiale* $l_{0;2}$ *au début de la seconde traction est égale à la longueur permanente* l_{p} *atteinte après la relaxation de la première traction.*

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Comme cette charge est nettement inférieure à la force de* $\simeq$ 1.5 *MN que notre machine peut développer, nous arriverons à amener la barre en rupture et le taux de déformation maximal atteignable sur la deuxième barre sera :*

$$\varepsilon_{\text{max};2} = \varepsilon_{\text{ult}} = 0.39 \tag{17}$$

- *Comme l'opération de recuit ne modifie pas les dimensions, la longueur initiale* $l_{0;2}$ *au début de la seconde traction est égale à la longueur permanente* l_{p} *atteinte après la relaxation de la première traction. Si la longueur finale de la barre doit être de* $l_{\text{p};2} = 820$ *mm, on en conclut que le taux de déformation permanent auquel doit amener le second formage est*

$$\varepsilon_{\text{p};2} = \ln \frac{l_{\text{p};2}}{l_{0;2}} = \ln \frac{l_{\text{p};2}}{l_{\text{p}}} \simeq \ln \frac{820}{622.26} \simeq 0.276 \tag{18}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Comme cette charge est nettement inférieure à la force de* $\simeq$ 1.5 *MN que notre machine peut développer, nous arriverons à amener la barre en rupture et le taux de déformation maximal atteignable sur la deuxième barre sera :*

$$\varepsilon_{\mathrm{max};2} = \varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39 \tag{17}$$

- *Comme l'opération de recuit ne modifie pas les dimensions, la longueur initiale* $l_{0;2}$ *au début de la seconde traction est égale à la longueur permanente* l_{p} *atteinte après la relaxation de la première traction. Si la longueur finale de la barre doit être de* $l_{\mathrm{p};2} = 820$ *mm, on en conclut que le taux de déformation permanent auquel doit amener le second formage est*

$$\varepsilon_{\mathrm{p};2} = \ln \frac{l_{\mathrm{p};2}}{l_{0;2}} = \ln \frac{l_{\mathrm{p};2}}{l_{\mathrm{p}}} \simeq \ln \frac{820}{622.28} \simeq 0.276. \tag{18}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Comme cette charge est nettement inférieure à la force de* $\simeq$ 1.5 *MN que notre machine peut développer, nous arriverons à amener la barre en rupture et le taux de déformation maximal atteignable sur la deuxième barre sera :*

$$\varepsilon_{\mathrm{max};2} = \varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39 \tag{17}$$

- *Comme l'opération de recuit ne modifie pas les dimensions, la longueur initiale* $l_{0;2}$ *au début de la seconde traction est égale à la longueur permanente* l_{p} *atteinte après la relaxation de la première traction. Si la longueur finale de la barre doit être de* $l_{\mathrm{p};2} = 820$ *mm, on en conclut que le taux de déformation permanent auquel doit amener le second formage est*

$$\varepsilon_{\mathrm{p};2} = \ln \frac{l_{\mathrm{p};2}}{l_{0;2}} = \ln \frac{l_{\mathrm{p};2}}{l_{\mathrm{p}}} \simeq \ln \frac{820}{622.28} \simeq 0.276. \tag{18}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Comme cette charge est nettement inférieure à la force de* $\simeq$ 1.5 *MN que notre machine peut développer, nous arriverons à amener la barre en rupture et le taux de déformation maximal atteignable sur la deuxième barre sera :*

$$\varepsilon_{\mathrm{max};2} = \varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39 \tag{17}$$

- *Comme l'opération de recuit ne modifie pas les dimensions, la longueur initiale* $l_{0;2}$ *au début de la seconde traction est égale à la longueur permanente* l_{p} *atteinte après la relaxation de la première traction. Si la longueur finale de la barre doit être de* $l_{\mathrm{p};2} = 820$ *mm, on en conclut que le taux de déformation permanent auquel doit amener le second formage est*

$$\varepsilon_{\mathrm{p};2} = \ln \frac{l_{\mathrm{p};2}}{l_{0;2}} = \ln \frac{l_{\mathrm{p};2}}{l_{\mathrm{p}}} \simeq \ln \frac{820}{622.28} \simeq 0.276. \tag{18}$$

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Le taux $\varepsilon_{r;2}$ en lequel la deuxième traction doit être relâchée s'obtient alors en résolvant l'équation de la déformation permanente :*

$$\frac{\varepsilon_{p;2}}{\varepsilon_{e;2}} = \frac{\varepsilon_{r;2}}{\varepsilon_{e}} - \left(\frac{\varepsilon_{r;2}}{\varepsilon_{e}}\right)^{n_2} \quad (19)$$

où $\varepsilon_{e:2}$ et n_2 sont respectivement le taux de déformation réel en limite élastique et le coefficient d'écrouissage du matériau constituant la barre au moment où elle subit la seconde traction. *Comme cette barre a été **recuite**, ces quantités sont rigoureusement identiques à celles qui caractérisaient la barre au moment de la première traction, soit :*

$$\varepsilon_{e;2} = \varepsilon_{e} = 0.0075 \quad et \quad n_2 = n = 0.3 \quad (20)$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Le taux $\varepsilon_{\mathrm{r;2}}$ en lequel la deuxième traction doit être relâchée s'obtient alors en résolvant l'équation de la déformation permanente :*

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{p;2}}}{\varepsilon_{\mathrm{e;2}}} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{r;2}}}{\varepsilon_{\mathrm{e}}} - \left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{r;2}}}{\varepsilon_{\mathrm{e}}}\right)^{n_2} \tag{19}$$

où $\varepsilon_{\mathrm{e:2}}$ et n_2 sont respectivement le taux de déformation réel en limite élastique et le coefficient d'écrouissage du matériau constituant la barre au moment où elle subit la seconde traction. Comme cette barre a été ***recuite****, ces quantités sont rigoureusement identiques à celles qui caractérisaient la barre au moment de la première traction, soit :*

$$\boxed{\varepsilon_{\mathrm{e;2}} = \varepsilon_{\mathrm{e}} = 0.0075 \quad \textit{et} \quad n_2 = n = 0.3} \tag{20}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Pour trouver* $\varepsilon_{\mathrm{r};2}$ *on applique alors l'algorithme du cours. On pose*

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{\mathrm{p};2}}{\varepsilon_{\mathrm{e};2}} \simeq \frac{0.276}{0.0075} \simeq 1'188'520.4 \quad \textit{et} \quad x_0 = \alpha$$

et on construit $x_m = \alpha + x_{m-1}^{0.3}$ *à partir de* x_{m-1}.

- *En effectuant six itérations, on trouve :*

m	x_m
0	36.787926
1	39.737176
2	39.806203
3	39.807775
4	39.807810
5	39.807811
6	39.807811

$$\Longrightarrow \bar{x} = 39.807811$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Pour trouver* $\varepsilon_{\mathrm{r};2}$ *on applique alors l'algorithme du cours. On pose*

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{\mathrm{p};2}}{\varepsilon_{\mathrm{e};2}} \simeq \frac{0.276}{0.0075} \simeq 1'188'520.4 \quad \textit{et} \quad x_0 = \alpha$$

et on construit $x_m = \alpha + x_{m-1}^{0.3}$ *à partir de* x_{m-1}.

- *En effectuant six itérations, on trouve :*

m	x_m	
0	36.787926	
1	39.737176	
2	39.806203	
3	39.807775	
4	39.807810	
5	39.807811	
6	39.807811	$\Longrightarrow \bar{x} = 39.807811$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Pour trouver* $\varepsilon_{\mathrm{r};2}$ *on applique alors l'algorithme du cours. On pose*

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{\mathrm{p};2}}{\varepsilon_{\mathrm{e};2}} \simeq \frac{0.276}{0.0075} \simeq 1'188'520.4 \quad \textit{et} \quad x_0 = \alpha$$

  et on construit $x_m = \alpha + x_{m-1}^{0.3}$ *à partir de* x_{m-1}.

- *En effectuant six itérations, on trouve :*

m	x_m	
0	36.787926	
1	39.737176	
2	39.806203	
3	39.807775	
4	39.807810	
5	39.807811	$\Longrightarrow \bar{x} = 39.807811$
6	39.807811	

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *La solution de* $\varepsilon_{\mathrm{r};2}$ *de l'équation de la déformation permanente est égale à la limite de la suite* $\{x_m\}_{m=0}^{m=\infty}$ *amplifiée par* $\varepsilon_{\mathrm{e};2} = 0.0075$.
- *La conclusion est que*

$$\varepsilon_{\mathrm{r};2} = \varepsilon_{\mathrm{e};2} \lim_{m\to\infty} x_m \simeq 0.0075 \times 39.807811 \simeq 0.298 \qquad (21)$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *La solution de* $\varepsilon_{\mathrm{r};2}$ *de l'équation de la déformation permanente est égale à la limite de la suite* $\{x_m\}_{m=0}^{m=\infty}$ *amplifiée par* $\varepsilon_{\mathrm{e};2} = 0.0075$.
- *La conclusion est que*

$$\varepsilon_{\mathrm{r};2} = \varepsilon_{\mathrm{e};2} \lim_{m\to\infty} x_m \simeq 0.0075 \times 39.807811 \simeq 0.298 \tag{21}$$

Corrigé exercice 1d)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *La solution de* $\varepsilon_{\mathrm{r};2}$ *de l'équation de la déformation permanente est égale à la limite de la suite* $\{x_m\}_{m=0}^{m=\infty}$ *amplifiée par* $\varepsilon_{\mathrm{e};2} = 0.0075$*.*
- *La conclusion est que*

$$\varepsilon_{\mathrm{r};2} = \varepsilon_{\mathrm{e};2} \lim_{m\to\infty} x_m \simeq 0.0075 \times 39.807811 \simeq 0.298 \tag{21}$$

Enoncé exercice 1e)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

- *Vous formez une barre cylindrique de rayon* $r_0 = 20$ *mm et de longueur* $l_0 = 500$ *mm faite du matériau décrit ci-dessus.*
- *La longueur permanente* l_p *que vous venez d'obtenir ne convient pas à votre client. Pour allonger la barre de plus, vous la soumettez à un recuit qui ne modifie pas ses dimensions, puis vous la remettez en traction en utilisant la* ***même*** *machine que tout à l'heure.*

(e) *Etes-vous en mesure de livrer la barre à la suite de la seconde traction ou devrez-vous pratiquer à un recuit supplémentaire ? Justifier votre réponse.*

Corrigé exercice 1e)

Etirage : recuit et nouvel étirage (suite)

(e) *Comme la valeur du taux de déformation $\varepsilon_{\mathrm{r;2}}$ à atteindre en relaxation est inférieure au taux de déformation en rupture :*

$$\varepsilon_{\mathrm{r;2}} = 0.298 < \varepsilon_{\mathrm{ult}} = 0.39, \tag{22}$$

on pourra satisfaire les besoins de notre client à la suite de la seconde traction, sans qu'on ait besoin d'effectuer un nouveau recuit.

Enoncé exercice 1f)

Etirage : énergie de traction

- *Vous formez une barre cylindrique de rayon* $r_0 = 20$ *mm et de longueur* $l_0 = 500$ *mm faite du matériau décrit ci-dessus.*
- *La longueur permanente* l_p *que vous venez d'obtenir ne convient pas à votre client. Pour allonger la barre de plus, vous la soumettez à un recuit qui ne modifie pas ses dimensions, puis vous la remettez en traction en utilisant la* ***même*** *machine que tout à l'heure.*

(f) *Donner une évaluation de l'énergie* $E_{\mathrm{tr};1}$ *nécessaire à effectuer la première traction.*

Corrigé exercice 1f)

Etirage : énergie de traction

- *L'énergie de déformation $E_{\mathrm{tr};1}$ s'estime par le haut et par la bas en mutlipliant l'énergie spécifique de déformation η_1 d'abord par le plus petit volume que la barre prend, i.e son volume initial V_0 puis par son plus grand volume, i.e le volume final V_{r} atteint au moment de la relaxation :*

$$V_0\eta_1 \leq E_{\mathrm{tr};1} \leq V_{\mathrm{r}}\eta_1 . \tag{23}$$

*L'énergie spécifique de déformation est l'aire sous la courbe de traction **réelle** entre les abscisses $\varepsilon = 0$ et $\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{r}}$:*

$$\eta_1 = \int_0^{\varepsilon_{\mathrm{r}}} \sigma(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon, \quad \text{où} \quad \sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_{\mathrm{e}}, \\ K\varepsilon^n, & \varepsilon > \varepsilon_{\mathrm{e}}. \end{cases}$$

La conclusion est que

$$\eta_1 = \int_0^{\varepsilon_{\mathrm{e}}} E\varepsilon\,\mathrm{d}\varepsilon + \int_0^{\varepsilon_{\mathrm{e}}} K\varepsilon^n\,\mathrm{d}\varepsilon$$

Corrigé exercice 1f)

Etirage : énergie de traction (suite)

- *On effectue les quadratures :*

$$\eta_1 = \frac{E}{2}\varepsilon_{\mathrm{e}}^2 + \frac{K}{n+1}\left(\varepsilon_{\mathrm{r}}^{n+1} - \varepsilon_{\mathrm{e}}^{n+1}\right) \simeq \frac{70}{2}\times 0.0075^2 + \frac{2.2784}{1.3}\times\left(0.24^{1.3} - 0.0075^{1.3}\right).$$

soit :

$$\eta_1 \simeq 0.274\, GPa = 0.274\, J/mm^3.$$

Avec cette valeur numérique l'estimation cherchée est :

$$V_0\eta_1 = 628'318 \times 0.274 \leq E_{\mathrm{tr};1} \leq 628'789 \times 0.274 = V_r\eta_1$$

c'est à dire :

$$\boxed{171'581\, J \leq E_{\mathrm{tr};1} \leq 171'709\, J.} \qquad (24)$$

Enoncé exercice 1f)

Etirage : énergie de recuit

- *Vous formez une barre cylindrique de rayon* $r_0 = 20$ *mm et de longueur* $l_0 = 500$ *mm faite du matériau décrit ci-dessus.*
- *La longueur permanente* l_p *que vous venez d'obtenir ne convient pas à votre client. Pour allonger la barre de plus, vous la soumettez à un recuit qui ne modifie pas ses dimensions, puis vous la remettez en traction en utilisant la* ***même*** *machine que tout à l'heure.*

(f) *Calculez l'énergie* E_{rec} *nécessaire à effectuer le recuit.*
Le recuit consiste à élever la barre à une température de $T_{\mathrm{rec}} = 600° C$ *puis à la maintenir dans cet état durant trois heures. Pour calculer* E_{rec} *vous pouvez utiliser que le matériau utilisé a les propriétés suivantes :*

densité :	$\rho = 8.8$ *g/cc*
chaleur spécfique :	$C_p = 0.5$ *J/g/° C.*

Corrigé exercice 1f)

Etirage : énergie de recuit

- *La barre à recuire ayant un volume* $V_{\mathrm{p}} = 628'318\,mm^3$*, l'énergie nécessaire à mener sa température de la valeur ambiente* $T_0 = 20^\circ$ *à la valeur de recuit* $T_{\mathrm{rec}} = 600^\circ$ *est :*

$$E_{\mathrm{rec}} = \rho V_{\mathrm{p}} C_{\mathrm{p}} (T_{\mathrm{rec}} - T_0) \simeq 0.0088 \times 628'318 \times 0.5 \times (600 - 20) \simeq 1'603'468\,J. \tag{25}$$

On a que l'énergie E_{rec} *est bien plus élevée que* $E_{\mathrm{tr;1}}$*. D'une manière générale, les recuits sont plus gourmands en énergie que les étirages.*