Procédés de fabrication I - IGI 15 septembre 2026
E.Boillat

Série 1.

Exercice 1

Votre chef d'atelier a l'habitude de caractériser l'état de déformation d'une barre étirée en mesurant la quantité :

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} \quad \textbf{(taux de déformation nominal)} \tag{1}$$

où l_0 est la longueur initiale de la barre et l sa longueur à la fin de l'étirage lorsqu'est appliquée une certaine force F. Ce taux de déformation porte le nom de taux de déformation nominal (*engineering strain* en anglais). Dans la foulée, le chef d'atelier utilise aussi une loi de Hooke approchée qui dit que la contrainte réelle $\sigma = \frac{F}{S}$ est proportionnelle au taux nominal (et pas au taux réel ε comme il se devrait). Cette loi s'appelle la loi de Hooke linéarisée et s'écrit :

$$\sigma = Ee \quad \textbf{(Loi de Hooke linéarisée)} \tag{2}$$

Il effectue une traction sur une barre faite dans un matériau de module d'élasticité $E = 50\,\text{GPa}$ et revient vers vous pour vous informer que le taux de déformation qu'il a mesuré est

$$e = 0.005. \tag{3}$$

a) Selon votre chef d'atelier, quelle sera la contrainte réelle σ que la machine de traction est censée développer en fin d'expérience ?

b) Quelle est la valeur **exacte** de cette contrainte, c'est à dire celle qu'on obtient en utilisant la **vraie** loi de Hooke :

$$\sigma = E\varepsilon \quad \textbf{(Loi de Hooke)} \tag{4}$$

où ε est le taux de déformation réel ?

c) Que concluez-vous, est-ce que le niveau d'erreur est acceptable ?

d) Refaites tout le raisonnement ci-dessus dans le cas où la déformation effectuée est une **grande** déformation qui correspond au taux nominal

$$e = 0.75. \tag{5}$$

La stratégie de votre chef d'atelier se justifie-t-elle encore ?

Exercice 2

Une barre cylindrique faite dans le matériau $\mathcal{M}$ est mise en traction élastique. On mesure une augmentation du volume de 20% et une augmentation de longueur de 45%.

a) Que vaut le coefficient de Poisson du matériau $\mathcal{M}$?

b) Quelle est la variation de rayon de la barre ?

Exercice 3

On considère une barre de longueur $\ell_0 = 1'000\,\text{mm}$ faite dans un matériau recuit $\mathcal{M}$ dont la courbe de traction réelle est donnée à la Fig. 1.

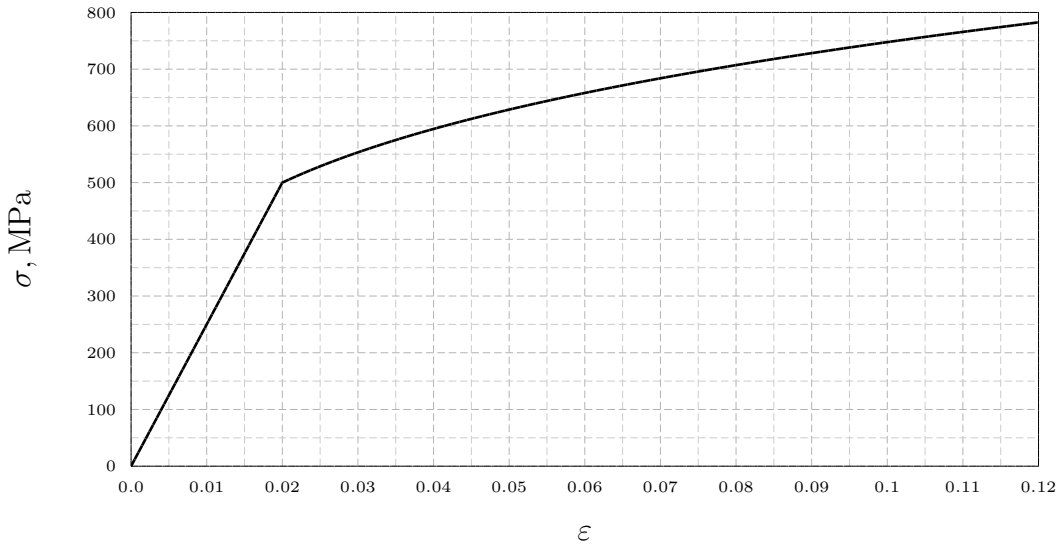


FIGURE 1 – Courbe de traction réelle du matériau $\mathcal{M}$

a) Déterminez graphiquement le taux de déformation réel en limite élastique ε_e, la limite élastique σ_e et le module d'Young E du matériau $\mathcal{M}$.

b) Vous aimeriez déformer cette barre de façon permanente jusqu'à une longueur $\ell = 1'057\,\text{mm}$.

   1) Calculer le taux de déformation réel ε_p que vous devez atteindre de façon permanente.

   2) Déterminez graphiquement le taux de déformation réel ε_r que vous devez atteindre sur la machine de traction avant d'entamer la relaxation. Déterminez aussi graphiquement la valeur σ_r de la containte réelle que la machine de traction induit dans la barre à ce moment-là.

   3) Si, lors de son écrouissage, le matériau $\mathcal{M}$ suit une loi de Ludwik de coefficient n, justifiez géométriquement que les taux de déformation réels permanent ε_p et en relaxation ε_r sont liés par l'équation dite de la **déformation permanente** :

$$\frac{\varepsilon_\text{p}}{\varepsilon_\text{e}} = \frac{\varepsilon_\text{r}}{\varepsilon_\text{e}} - \left(\frac{\varepsilon_\text{r}}{\varepsilon_\text{e}}\right)^n$$

   où ε_e désigne le taux de déformation réel en limite élastique du matériau (cf. Fig. 1).

Exercice 4

On considère deux barres de même longueur $\ell' = 2000\,\text{mm}$ et faites dans un même matériau qui suit une loi de Ludwik en plasticité. La première barre est précontrainte (contrainte de traction σ_1) parce qu'elle a été obtenue par étirage à partir d'une longueur initiale $\ell_0 = 1975\,\text{mm}$, la seconde n'est pas précontrainte (cf. Fig. 1).

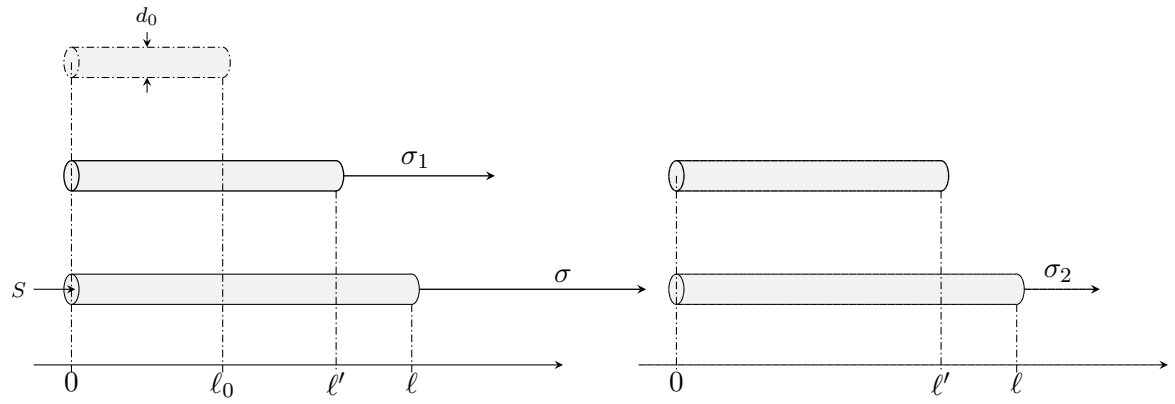


FIGURE 1 – L'expérience des deux barres : une barre précontrainte, une barre non-précontrainte

Les deux barres sont ensuite étirées de la longueur ℓ' et amenées chacune à une longueur finale $\ell = 2030\,\text{mm}$.

a) Dans un premier temps, on considère que le matériau a une limite élastique assez élevée. Ses caractéristiques sont données à la Tab. 1

TABLE 1 – Propriétés mécaniques de l'acier considéré, cas de la limite élastique élevée

tx. de déf. réel en lim. élas.	**module d'Young**	**coeff. d'écr.**
$\varepsilon_e = 0.1$ -	$E = 300\,\text{GPa}$	$n = 0.26$ -

Dans ces conditions, on vous demander de calculer :

i) la valeur de la précontrainte σ_1,

ii) la valeur finale σ de la contrainte appliquée à la première barre,

iii) la valeur finale σ_2 de la contrainte appliquée à la seconde barre, celle qui n'est pas précontrainte.

Comparez σ_2 à l'incrément de contrainte $\sigma - \sigma_1$ appliquée à la première barre lors de l'étirement final, de la longueur ℓ' à la longueur ℓ (cf. Fig. 1). Que constatez-vous ?

b) Dans un second temps, on considère un cas où le matériau dans lequel les barres sont faites a une limite élastique dix fois plus petite :

TABLE 2 – Propriétés mécaniques de l'acier considéré, cas de la limite élastique plus faible

tx. de déf. réel en lim. élas.	**module d'Young**	**coeff. d'écr.**
$\varepsilon_e = 0.01$ -	$E = 300\,\text{GPa}$	$n = 0.26$ -

1) Tenez compte des données numériques de la Tab. 2 pour calculer le module d'écrouissage K de la matière.

2) Utilisez cette information pour calculer

   i) la valeur de la précontrainte σ_1,

   ii) la valeur finale σ de la contrainte appliquée à la première barre,

   iii) la valeur finale σ_2 de la contrainte appliquée à la seconde barre, celle qui n'est pas précontrainte.

   Comparez σ_2 à l'incrément de contrainte $\sigma - \sigma_1$ appliquée à la première barre lors de l'étirement final, de la longueur ℓ' à la longueur ℓ (cf. Fig. 1). Que constatez-vous ?

3) Que se passerait-il si le coefficient d'écrouissage n du matériau était quasiment nul ?

4) Une machine de traction n'est généralement pas pilotée en fonction de la contrainte réelle qu'elle applique mais en fonction de la force de traction F qu'elle développe. Pouvez-vous calculer le réglage de cette force en fin d'opération pour la première barre sachant que son diamètre initial, avant l'opération de précontrainte, valait $d_0 = 50\,\mathrm{mm}$ (cf. Fig. 1). S'il vous manque une information partez du principe que l'alliage est incompressible.