Procédés de fabrication I - IGI
E.Boillat

24 novembre 2022

Série 1.

Exercice 1

Votre chef d'atelier a l'habitude de caractériser l'état de déformation d'une barre étirée en mesurant le taux de déformation **nominal** (*engineering strain* en anglais) :

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} \tag{1}$$

où l_0 est la longueur initiale de la barre et l sa longueur à la fin de l'étirage lorsqu'est appliquée une certaine force F. Il effectue une traction et revient vers vous pour vous informer que le taux de déformation qu'il a mesuré est

$$e = 0.5. \tag{2}$$

Ce résultat vous ennuie car vous préférez caractériser les déformation en utilisant les taux **réels** :

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}. \tag{3}$$

a) Vous est-il possible de déduire ε de la mesure (2) que vous a communiquée votre chef d'atelier ou devez-vous quand même redescendre au labo pour effectuer à nouveau l'étirage jusqu'à la force F en prenant soin de mesurer les longueurs initiale et finale l_0 et l ?

b) Montrez que si le taux nominal mesuré par votre chef d'atelier e est faible, il sera en fait très voisin du taux réel attendu ε. Testez avec $e = 0.05$ et constatez si ε est inférieur ou supérieur à e. Quel argument voyez-vous pour justifier l'idée de caractériser l'amplitude des déformations en utilisant le taux nominal e plutôt que le taux réel ε.

Exercice 2

On considère deux barres de même longueur ℓ' et faites dans le même matériau. La première est précontrainte (traction σ_1) parce qu'elle a été obtenue par étirage à partir d'une longueur initiale ℓ_0, la seconde n'est pas précontrainte (cf. Fig : 1).

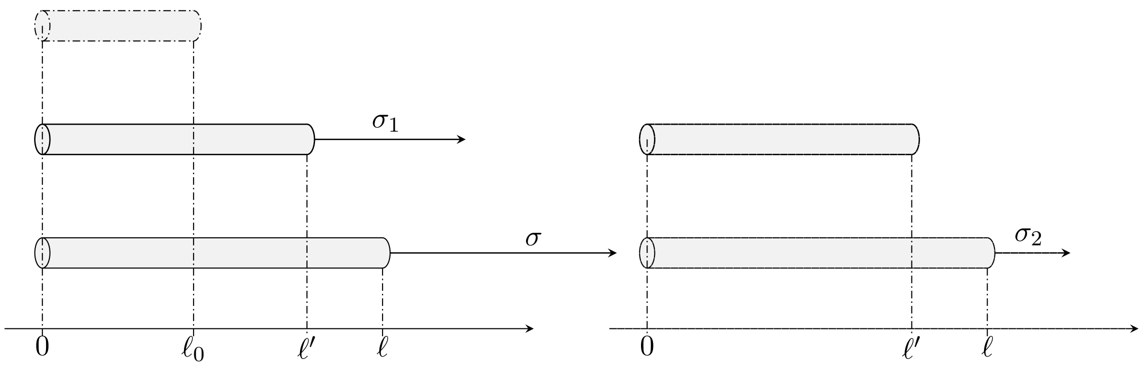

Figure 1 – L'expérience des deux barres : une barre précontrainte, une barre non-précontrainte

Les deux barres sont étirées jusqu'à une longueur commune $\ell > \ell'$. Les niveaux de contrainte nécessaires pour que la barre précontrainte, respectivement la barre non précontrainte, atteigne la longueur voulue est σ respectivement σ_2 (cf. Fig : 1).

a) On fait maintenant l'hypothèse que la contrainte est proportionnelle non pas au taux de déformation réel mais au taux de déformation **nominal** calculé depuis l'état sans contraintes. Dans ces conditions :
   1) Montrer que les deux barres ne se laissent pas déformer de la même manière, c'est à dire que les niveaux de contraintes à ajouter : $\sigma - \sigma_1$ pour la première et σ_2 pour la seconde ne sont pas identiques.
   2) Laquelle des deux barres est la plus facile à déformer ?
   3) Est ce que ces observations sont conformes aux observations de Hooke et quelle conclusion pouvez-vous en tirer ?

b) Refaites les calculs des contraintes en admettant qu'elles sont proportionnelles au taux de déformation réel mesuré à partir de l'état sans contrainte (loi de Hooke) et montrez que, dans ce cas, les deux barres ont la même déformabilité i.e que $\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$.

Exercice 3

On considère une barre de longueur $\ell_0 = 1'000\,\text{mm}$ faite dans un matériau recuit $\mathcal{M}$ dont la courbe de traction réelle est donnée à la Fig. 1.

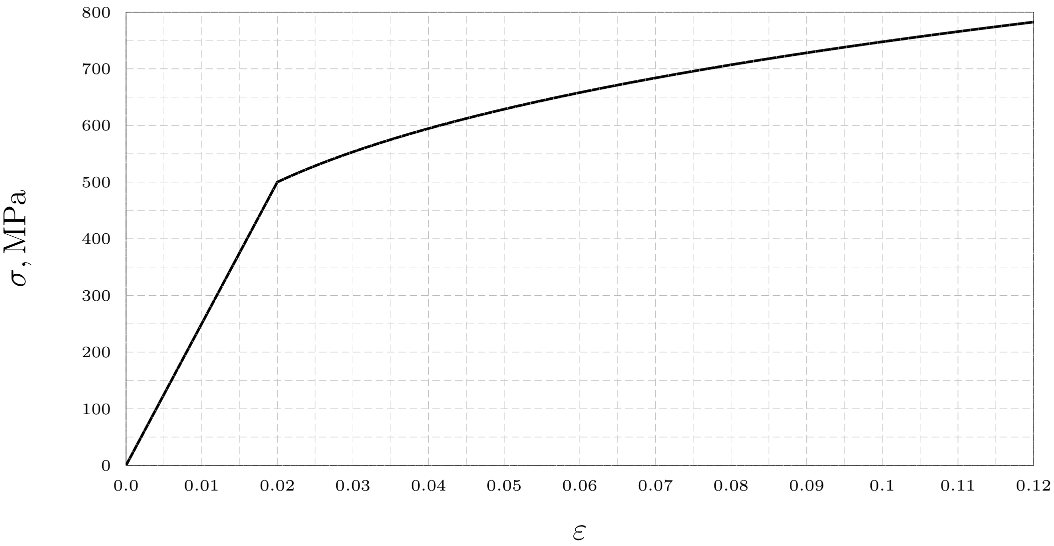

Figure 1 – Courbe de traction réelle du matériau $\mathcal{M}$

a) Déterminez graphiquement le taux de déformation réel en limite élastique ε_e, la limite élastique σ_e et le module d'Young E du matériau $\mathcal{M}$.

b) Vous aimeriez déformer cette barre de façon permanente jusqu'à une longueur $\ell = 1'057\,\text{mm}$.
   1) Calculer le taux de déformation réel ε_p que vous devez atteindre de façon permanente.

2) Déterminez graphiquement le taux de déformation réel ε_{r} que vous devez atteindre sur la machine de traction avant d'entamer la relaxation. Déterminez aussi graphiquement la valeur σ_{r} de la containte réelle que la machine de traction induit dans la barre à ce moment-là.
3) Si, lors de son écrouissage, le matériau $\mathcal{M}$ suit une loi de Ludwik de coefficient n, justifiez géométriquement que les taux de déformation réels permanent ε_{p} et en relaxation ε_{r} sont liés par l'équation dite de la **déformation permanente** :

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{p}}}{\varepsilon_{\mathrm{e}}} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_{\mathrm{e}}} - \left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_{\mathrm{e}}}\right)^n$$

où ε_{e} désigne le taux de déformation réel en limite élastique du matériau (cf. Fig. 1).

Exercice 4

Cette exercice reprend l'expérience des deux barres discutée dans l'exercice 2. La différence est qu'on suppose cette fois que les contraintes appliquées amènent la matière dans un état de déformation irréversible (plasticité).

Les deux barres qu'on considère sont de même longueur $\ell' = 2000\,\mathrm{mm}$ et elles sont faites dans le même matériau qui suit une loi de Ludwik en plasticité et dont les caractéristiques sont données à la Tab. 1

TABLE 1 – Propriétés mécaniques de l'acier considéré

tx. de déf. réel en lim. élas.	**module d'Young**	**coeff. d'écr.**
$\varepsilon_e = 0.01$ -	$E = 300\,\mathrm{GPa}$	$n = 0.26$ -

La première barre est précontrainte (contrainte de traction σ_1) parce qu'elle a été obtenue par étirage à partir d'une longueur initiale $\ell_0 = 1975\,\mathrm{mm}$, la seconde n'est pas précontrainte (cf. Fig : 1).

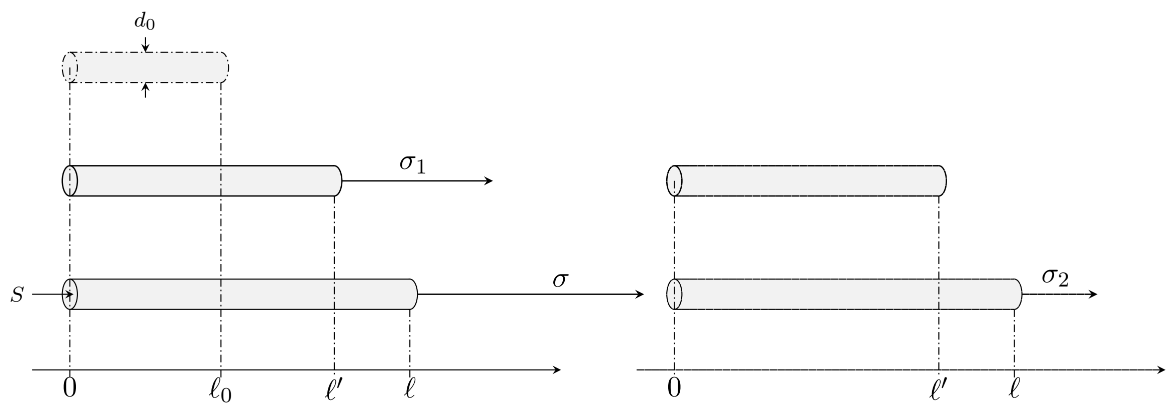

FIGURE 1 – L'expérience des deux barres : une barre précontrainte, une barre non-précontrainte

Les deux barres sont ensuite étirées de la longueur ℓ' et amenées chacune à une longueur finale $\ell = 2030\,\mathrm{mm}$.

a) Tenez compte des données numériques de la Tab. 1 pour calculer le module d'écrouissage K de la matière.

b) Utilisez cette information pour calculer

   i) la valeur de la précontrainte σ_1,

   ii) la valeur finale σ de la contrainte appliquée à la première barre,

   iii) la valeur finale σ_2 de la contrainte appliquée à la seconde barre, celle qui n'est pas précontrainte.

   Comparez σ_2 à l'incrément de contrainte $\sigma - \sigma_1$ appliquée à la première barre lors de l'étirement final, de la longueur ℓ' à la longueur ℓ (cf. Fig : 1). Que constatez-vous ?

c) Que se passerait-il si le coefficient d'écrouissage n du matériau était quasiment nul ?

d) Une machine de traction n'est généralement pas pilotée en fonction de la contrainte réelle qu'elle applique mais en fonction de la force de traction F qu'elle développe. Pouvez-vous calculer le réglage de cette force en fin d'opération pour la première barre sachant que son diamètre initial, avant l'opération de précontrainte, valait $d_0 = 50\,\mathrm{mm}$ (cf. Fig : 1). S'il vous manque une information partez du principe que l'alliage est incompressible.