Procédés de fabrication I - IGI - HEIG-VD
Propriétés Mécanique des Matériaux
Résumé

6 octobre 2023

Généralités

Observation

Dans la plupart des procédés, la mise en forme de la matière première est basée sur les déformations plastiques. Exemple :

- *formage des métaux : laminage, forgeage, extrusion, étirage,*
- *formage des feuilles : pliage, emboutissage, découpage,*
- *procédés de coupe (fraisage, perçage, décolletage).*

Conséquence

La planification puis l'optimisation des procédés de production cités plus haut est essentiellement conditionnée par les ***propriétés mécaniques*** *du matériau à usiner.*

Objectifs du chapitre

Principales propriétés mécaniques :

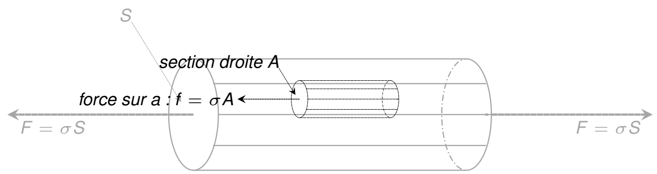
Nom	**Symbole**	**Unité**
Le module d'élasticité	E	$[GPa]$
Le coefficient de Poisson	ν	$[-]$
Le coefficient d'écrouissage	n	$[-]$
Le module d'écrouissage	K	$[MPa]$
La limite élastique	R_e	$[MPa]$
La résistance à la traction	R_m	$[MPa]$
Le taux de déformation réel à la rupture	ε_{ult}	$[-]$
La dureté	HB, HV, HK	$[kg/mm^2]$
...	...	...

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

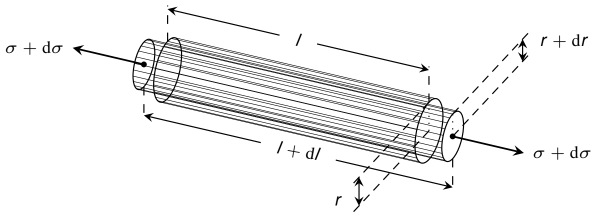
$$\sigma = \frac{F}{S}$$

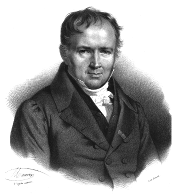


- *On l'appelle contrainte* ***réelle*** *car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





***Siméon Poisson* (1781-1840)**

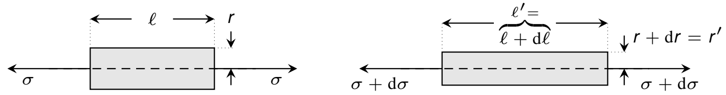
- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E})l$$

- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

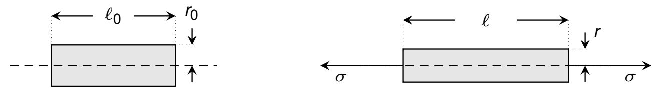
$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}r = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} r \iff r + \mathrm{d}r = (1 - \nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E})r$$

Episode microscopique (bilan) et macroscopique



- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

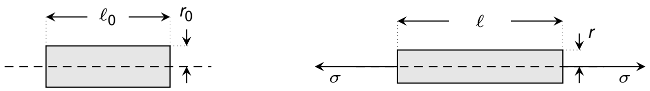
$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$



- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \text{et} \quad r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0.$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \implies \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \implies \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln\frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel). On remplace σ par $E\varepsilon \implies \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \implies \ln\frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \implies \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \implies \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \implies \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon \implies \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon} \quad \textbf{\textit{(Poisson)}}$$

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_e$$

*où ε_e est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*

- *On appelle ε_e taux de déformation réel en limite élastique. Cette quantité est une caractéristique du matériau dont est fait l'échantillon mais pas seulement. Elle dépend de l'historique de déformation et peut être modifiée mécaniquement, c'est le phénomène d'écrouissage dont nous parlerons plus tard.*

Taux de déf. nominale et loi de Hooke linéarisée

- *Le taux de déformation réel $\varepsilon = \ln \frac{l}{\ell_0}$ n'est pas la seule façon de mesurer la déformation. On peut aussi utiliser le taux de déformation nominal :*

$$e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \tag{2}$$

- *Vous avez peut-être vu la loi de Hooke $\sigma = E\varepsilon$ avec le taux nominal e à la place du taux réel ε :*

$$\sigma = Ee, \; e \leq e_e \quad \textbf{\textit{(loi de Hooke linéarisée)}}$$

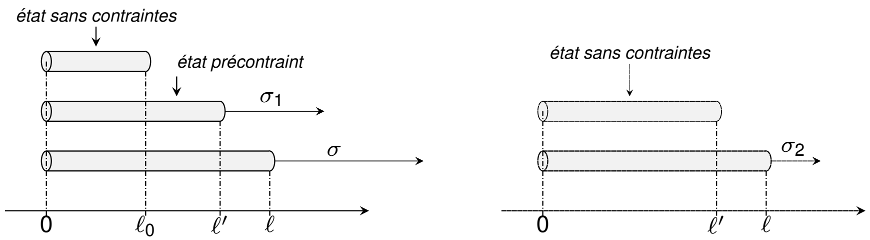
- *Comme $e \neq \varepsilon$, cette nouvelle loi ne peut être vraie qu'asymptotiquement lorsque e est très petit (car alors $\varepsilon \approx e$). Elle a un intérêt calculatoire : elle évite l'extraction d'un logarithme pour calculer le taux de déformation lorsque ℓ_0, ℓ sont connus. Mais on verra qu'elle conduit à des prédictions aberrantes comme une* ***diminution de la déformabilité*** *de la matière sous précontraintes (cf.exos).*
- *D'une manière générale, la loi de Hooke linéarisée sous-estime les déformations de la matiète sous contrainte donnée et sur-estime les contraintes nécessaires à atteindre une déformation souhaitée.*

(cf. Annexe 1)

ANNEXES, TABLES ET BIBLIOGRAPHIE

A 1: Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$: ($\sigma = Ee$) :	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$