Procédés de fabrication I - IGI - HEIG-VD
Propriétés Mécanique des Matériaux
Résumé

4 octobre 2024

Généralités

Observation

Dans la plupart des procédés, la mise en forme de la matière première est basée sur les déformations plastiques. Exemple :

- *formage des métaux : laminage, forgeage, extrusion, étirage,*
- *formage des feuilles : pliage, emboutissage, découpage,*
- *procédés de coupe (fraisage, perçage, décolletage).*

Conséquence

La planification puis l'optimisation des procédés de production cités plus haut est essentiellement conditionnée par les ***propriétés mécaniques*** *du matériau à usiner.*

Objectifs du chapitre

Principales propriétés mécaniques :

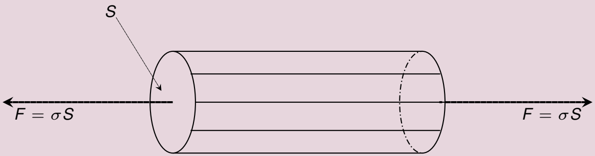
Nom	***Symbole***	***Unité***
Le module d'élasticité	E	$[GPa]$
Le coefficient de Poisson	ν	$[-]$
Le coefficient d'écrouissage	n	$[-]$
Le module d'écrouissage	K	$[MPa]$
La limite élastique	R_e	$[MPa]$
La résistance à la traction	R_m	$[MPa]$
Le taux de déformation réel à la rupture	$\varepsilon_{\mathrm{ult}}$	$[-]$
La dureté	HB, HV, HK	$[kg/mm^2]$
. . .	. . .	. . .

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



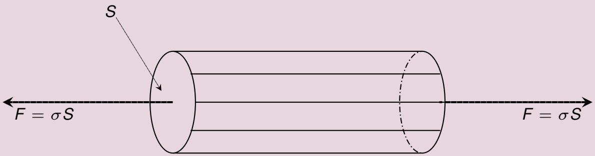
- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



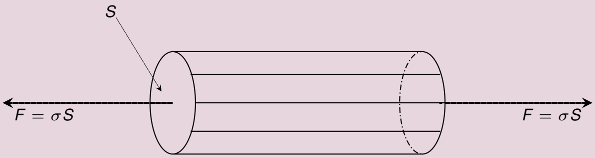
- *On l'appelle contrainte* ***réelle*** *car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

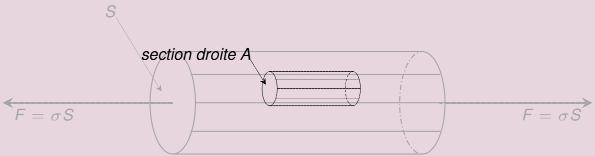


- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

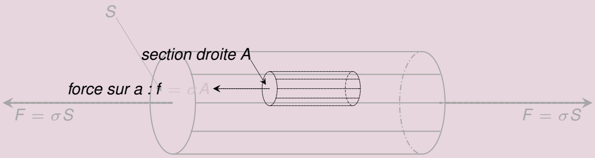
Isolons un sous-échantiilon de section droite *a*

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

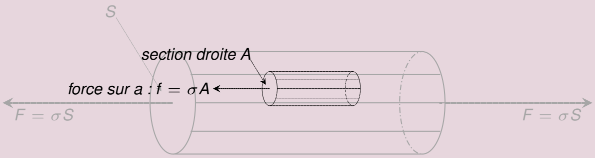
La partie enlevé exerce sur une force f sur le sous-échantiilon

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

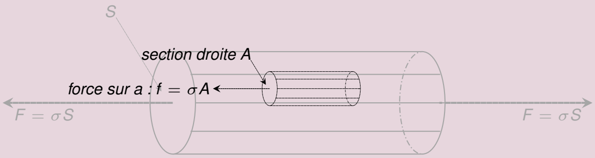
Cette force f est une force de traction, elle correspond à la contrainte σ

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



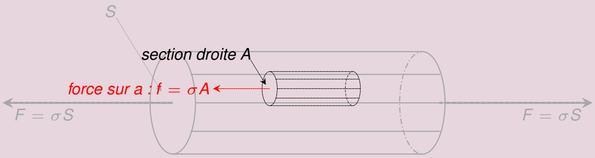
- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



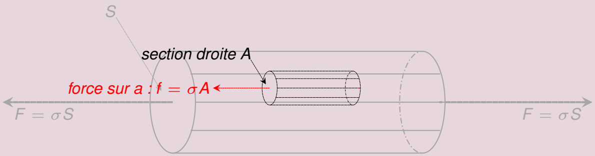
- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

Expérience de traction

La contrainte réelle

- *La contrainte réelle σ est le rapport entre la force appliquée et la section droite courante de l'échantillon :*

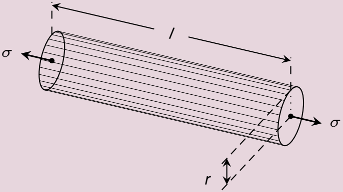
$$\sigma = \frac{F}{S}$$



- *On l'appelle contrainte **réelle** car elle correspond à la distribution de contrainte physique à l'intérieur de l'échantillon.*
- *N'importe quelle section droite A à l'intérieur de l'échantillon est soumis à cette contrainte de la part du reste de l'échantillon.*

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



- ***Loi de Hooke*** :

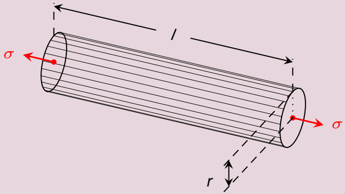
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



- ***Loi de Hooke*** :

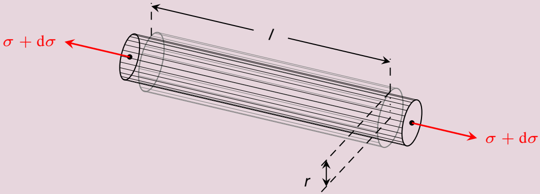
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



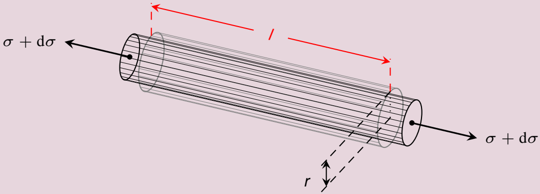
- ***Loi de Hooke*** :

$$\frac{dl}{l} \propto d\sigma$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{dr}{r} \propto d\sigma$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



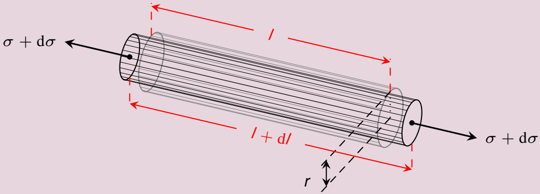
- ***Loi de Hooke***

$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma$$

- ***Loi de Poisson***

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



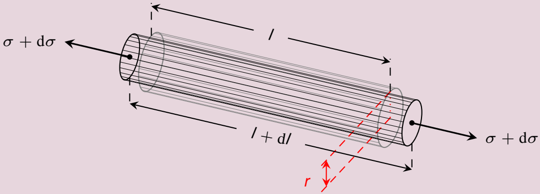
- ***Loi de Hooke***

$$\frac{dl}{l} \propto d\sigma$$

- ***Loi de Poisson***

$$\frac{dr}{r} \propto d\sigma$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



- ***Loi de Hooke*** :

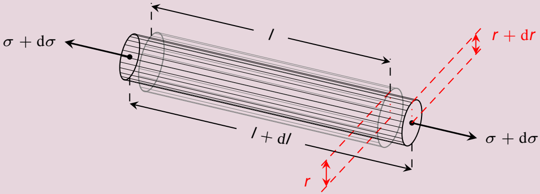
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



Robert Hooke (1635-1703)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau* :

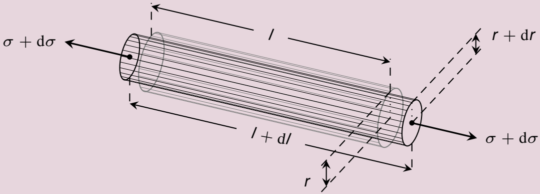
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



Robert Hooke (1635-1703)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

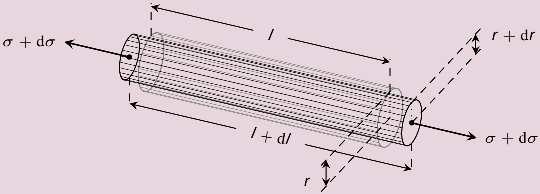
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

A : une caractéristique du matériau

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



Thomas Young (1773-1829)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l$$

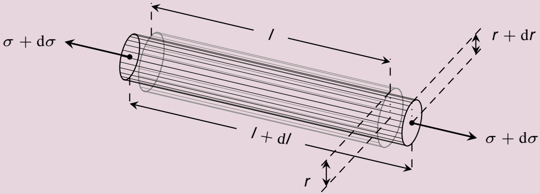
- ***Loi de Poisson*** *:*

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

A est mal dimensionné (Young) ! Posez $A = 1/E$, E module d'Young, unité GPa

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



Thomas Young (1773-1829)

- ***Loi de Hooke*** E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :

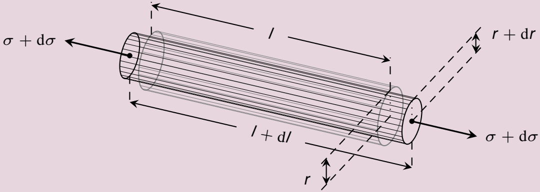
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

A est mal dimensionné (Young) ! Posez $A = 1/E$, E module d'Young, unité GPa

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



Thomas Young (1773-1829)

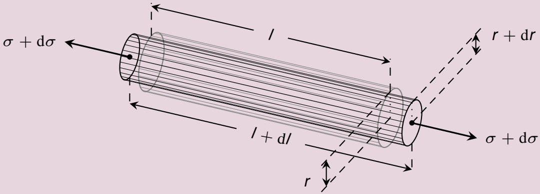
- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau* :

$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



***Thomas Young* (1773-1829)**

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

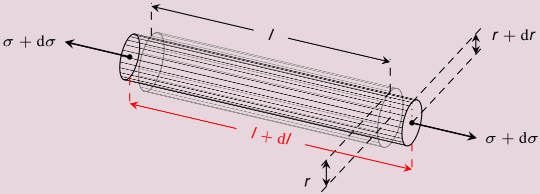
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

- ***Loi de Poisson*** :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



Thomas Young* *(1773-1829)

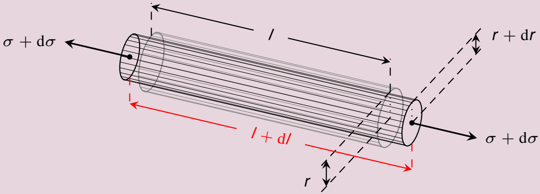
- ***Loi de Hooke*** E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :

$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

- ***Loi de Poisson***

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique



Thomas Young (1773-1829)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

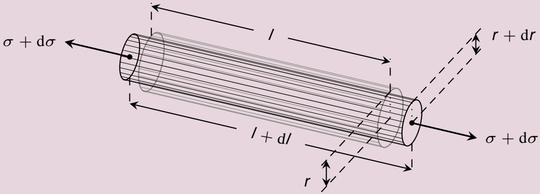
$$\frac{dl}{l} \propto d\sigma \Longleftrightarrow \frac{dl}{l} = A d\sigma \Longleftrightarrow \frac{dl}{l} = \frac{d\sigma}{E} \Longleftrightarrow dl = \frac{d\sigma}{E} l \Longleftrightarrow l + dl = \left(1 + \frac{d\sigma}{E}\right) l$$

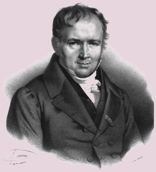
- ***Loi de Poisson***

$$\frac{dr}{r} \propto d\sigma$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

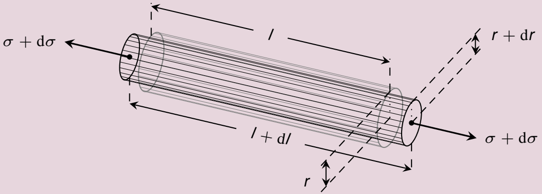
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E})l$$

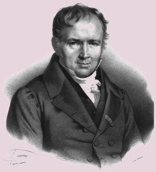
- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \Longleftrightarrow \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \Longleftrightarrow l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

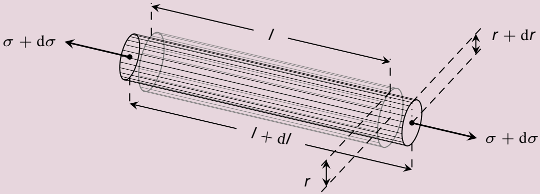
- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

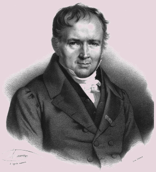
$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\frac{\mathrm{d}\sigma}{E'}$$

B : une caractéristique du matériau

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{dl}{l} \propto d\sigma \Longleftrightarrow \frac{dl}{l} = A d\sigma \Longleftrightarrow \frac{dl}{l} = \frac{d\sigma}{E} \Longleftrightarrow dl = \frac{d\sigma}{E} l \Longleftrightarrow l + dl = (1 + \frac{d\sigma}{E}) l$$

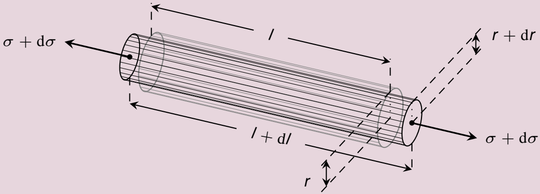
- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

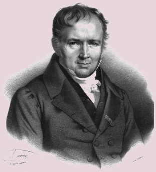
$$\frac{dr}{r} \propto d\sigma \Longleftrightarrow \frac{dr}{r} = B d\sigma \Longleftrightarrow \frac{dr}{r} = -\frac{d\sigma}{E'}$$

B est mal dimensionné et < 0 ! Posez $B = -\frac{1}{E'}$, E' module de Young-Poisson, unité GPa

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

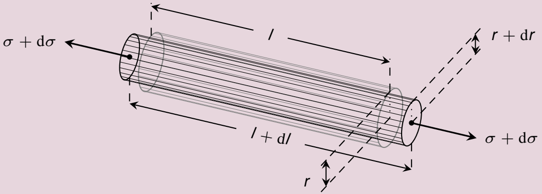
- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

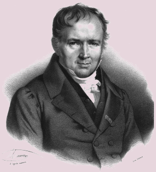
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E'} \iff \mathrm{d}r = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} r$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

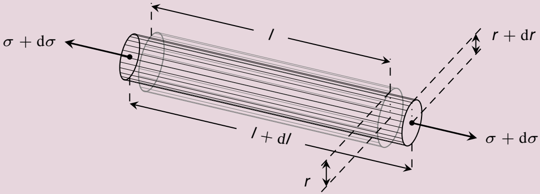
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

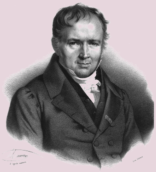
- ***Loi de Poisson*** ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E'} \iff \mathrm{d}r = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} r$$

Ramener E' à E : $E' = \frac{E}{\nu}$, ν coefficient de Poisson, unité -

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

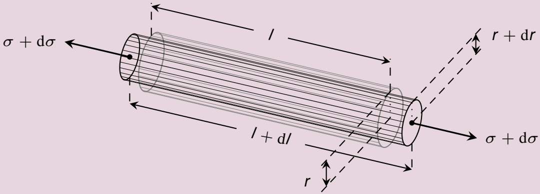
- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

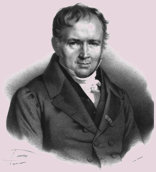
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\nu \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}r = -\nu \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} r$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

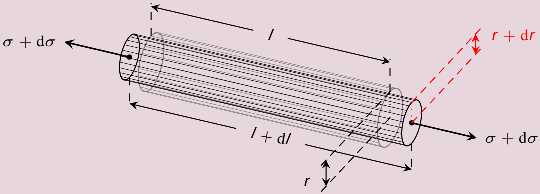
- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

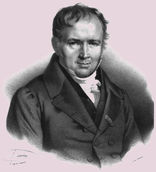
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) l$$

- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\nu \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}r = -\nu \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} r \iff r + \mathrm{d}r = (1 - \nu \frac{\mathrm{d}\sigma}{E}) r$$

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

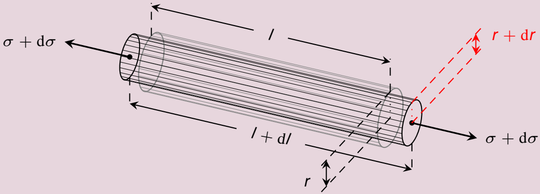
$$\frac{dl}{l} \propto d\sigma \iff \frac{dl}{l} = A d\sigma \iff \frac{dl}{l} = \frac{d\sigma}{E} \iff dl = \frac{d\sigma}{E} l \iff l + dl = (1 + \frac{d\sigma}{E}) l$$

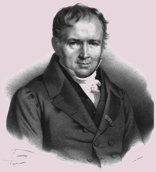
- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{dr}{r} \propto d\sigma \iff \frac{dr}{r} = B d\sigma \iff \frac{dr}{r} = -\nu \frac{d\sigma}{E} \iff dr = -\nu \frac{d\sigma}{E} r \iff r + dr = (1 - \nu \frac{d\sigma}{E}) r$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

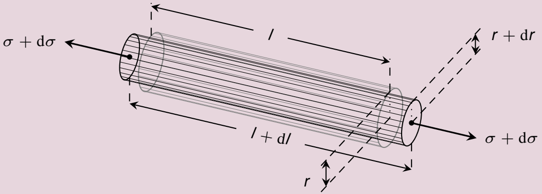
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \iff l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E})l$$

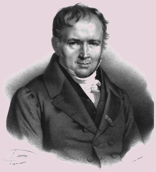
- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \iff \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \iff \mathrm{d}r = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} r \iff r + \mathrm{d}r = (1 - \nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E})r$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson* *(1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

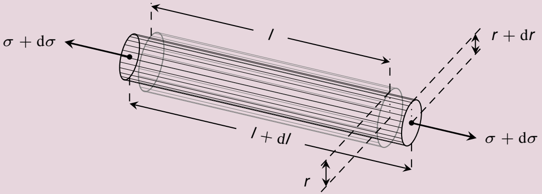
$$\frac{dl}{l} \propto d\sigma \iff \frac{dl}{l} = A d\sigma \iff \frac{dl}{l} = \frac{d\sigma}{E} \iff dl = \frac{d\sigma}{E} l \iff l + dl = (1 + \frac{d\sigma}{E}) l$$

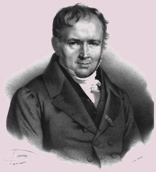
- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{dr}{r} \propto d\sigma \iff \frac{dr}{r} = B d\sigma \iff \frac{dr}{r} = -\nu \frac{d\sigma}{E} \iff dr = -\nu \frac{d\sigma}{E} r \iff r + dr = (1 - \nu \frac{d\sigma}{E}) r$$

Episode de traction microscopique

Variation des dimensions de l'échantillon en régime élastique





Siméon Poisson (1781-1840)

- ***Loi de Hooke*** *E : module d'Young, unité GPa, une caractéristique du matériau :*

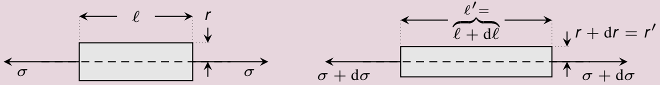
$$\frac{\mathrm{d}l}{l} \propto \mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}l}{l} = A\mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \Longleftrightarrow \mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} l \Longleftrightarrow l + \mathrm{d}l = (1 + \frac{\mathrm{d}\sigma}{E})l$$

- ***Loi de Poisson*** *ν coefficient de Poisson, unité -, une caractéristique du matériau :*

$$\frac{\mathrm{d}r}{r} \propto \mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}r}{r} = B\mathrm{d}\sigma \Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} \Longleftrightarrow \mathrm{d}r = -\nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E} r \Longleftrightarrow r + \mathrm{d}r = (1 - \nu\frac{\mathrm{d}\sigma}{E})r$$

Formules aux Tableaux avec $\mathrm{d}\sigma$: infinitésimal

Episode microscopique (bilan) et macroscopique

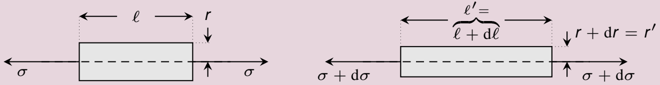


- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$

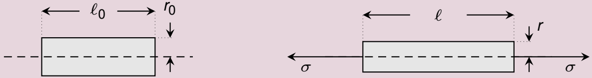
- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contrainte est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

Episode microscopique (bilan) et macroscopique



- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur* > 1 *pour la longeur et une réduction d'un facteur* < 1*, pour le rayon*

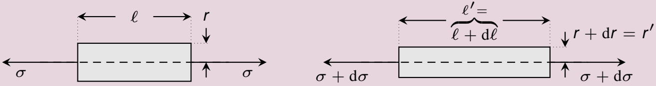
$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$



- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

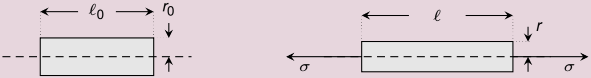
$$\ell_1 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\ell_0 \quad \textit{et} \quad r_1 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) r_0.$$

Episode microscopique (bilan) et macroscopique



- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$

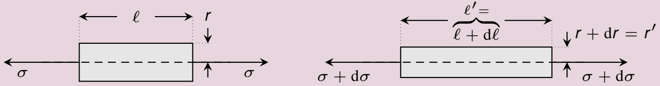


- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_1 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\ell_0 \quad \textit{et} \quad r_1 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)r_0.$$

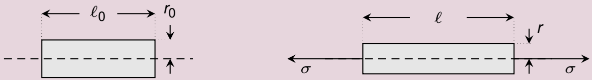
Voila les dimensions à la fin de la première étape

Episode microscopique (bilan) et macroscopique



- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur* > 1 *pour la longeur et une réduction d'un facteur* < 1, *pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$

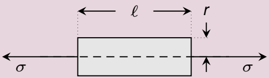


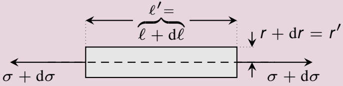
- *La mise en traction macroscopique* (σ) *d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de* σ/n *à chaque fois. Les longueur et rayon finaux* ℓ *et* r, *au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_2 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\ell_0 \quad \textit{et} \quad r_2 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) r_0.$$

Les dimensions à la fin de la seconde étape, s'obtiennent en amplifiant/réduisant par les facteurs ad hoc

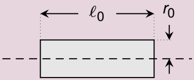
Episode microscopique (bilan) et macroscopique

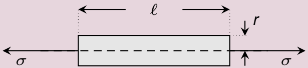




- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$



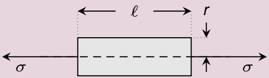


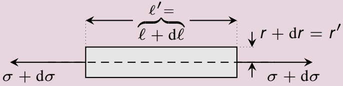
- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_2 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^2 \ell_0 \quad \textit{et} \quad r_2 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^2 r_0.$$

Voila les dimensions à la fin de la seconde étape

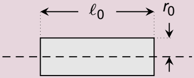
Episode microscopique (bilan) et macroscopique

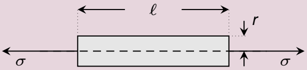




- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur* > 1 *pour la longeur et une réduction d'un facteur* < 1*, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$



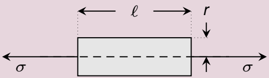


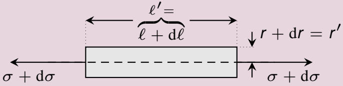
- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_3 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^2 \ell_0 \quad \textit{et} \quad r_3 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^2 r_0.$$

Les dimensions à la fin de la troisième étape, s'obtiennent en amplifiant/réduisant par les facteurs ad hoc

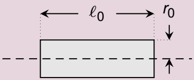
Episode microscopique (bilan) et macroscopique

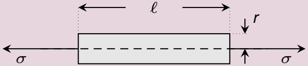




- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}d\sigma \quad \text{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}d\sigma \quad \text{(pr. le rayon)}$$



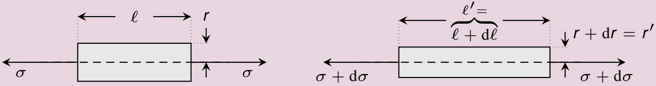


- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_3 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^3 \ell_0 \quad \text{et} \quad r_3 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^3 r_0.$$

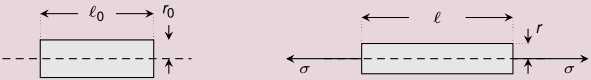
Voila les dimensions à la fin de la troisième étape

Episode microscopique (bilan) et macroscopique



- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$

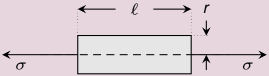


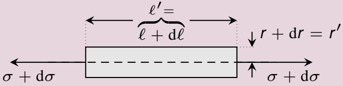
- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_4 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^3 \ell_0 \quad \textit{et} \quad r_4 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^3 r_0.$$

Les dimensions à la fin de la quatrième étape, s'obtiennent en amplifiant/réduisant par les facteurs ad hoc

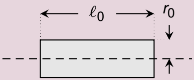
Episode microscopique (bilan) et macroscopique

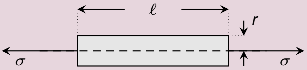




- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$



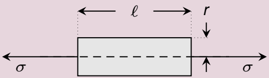


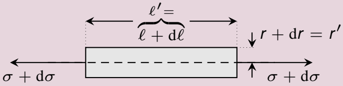
- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_4 = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^4 \ell_0 \quad \textit{et} \quad r_4 = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^4 r_0.$$

Voila les dimensions à la fin de la quatrième étape

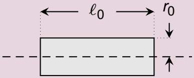
Episode microscopique (bilan) et macroscopique

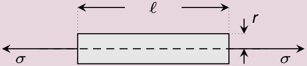




- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur >1 pour la longeur et une réduction d'un facteur <1, pour le rayon*

$$1+\frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1-\frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$



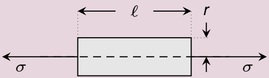


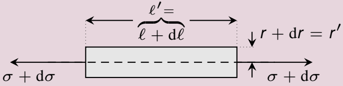
- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_4 = \left(1+\frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1+\frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^4 \ell_0 \quad \textit{et} \quad r_4 = \left(1-\frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)\left(1-\frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^4 r_0.$$

Quel est le résultat aprés n étapes ?

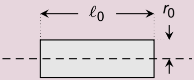
Episode microscopique (bilan) et macroscopique

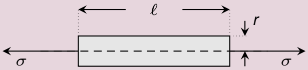




- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$



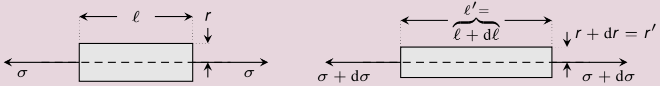


- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_n = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \textit{et} \quad r_n = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0.$$

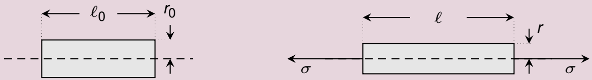
Quel est le résultat aprés n étapes ?

Episode microscopique (bilan) et macroscopique



- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$

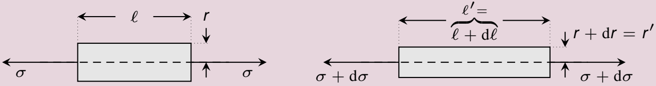


- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell_n = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \textit{et} \quad r_n = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0.$$

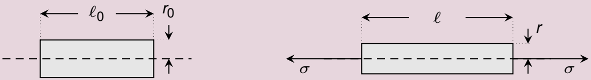
L'étape no n est l'étape finale $\Longrightarrow \ell_n = \ell$!

Episode microscopique (bilan) et macroscopique



- *L'effet d'une très petite augmentation (**élastique !**) de contrainte sur les longueurs et les rayons est donc multiplicatif : c'est une amplification d'un facteur > 1 pour la longeur et une réduction d'un facteur < 1, pour le rayon*

$$1 + \frac{1}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr, la longu.)} \quad 1 - \frac{\nu}{E}\mathrm{d}\sigma \quad \textit{(pr. le rayon)}$$

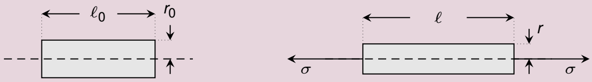


- *La mise en traction macroscopique (σ) d'un échantillon peut être décomposé en une succession de n étapes où la contraite est augmentée de σ/n à chaque fois. Les longueur et rayon finaux ℓ et r, au terme des n étapes, sont donc*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \textit{et} \quad r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0.$$

L'étape no n est l'étape finale $\Longrightarrow \ell_n = \ell$!

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme* puis on fait $n \to \infty$

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

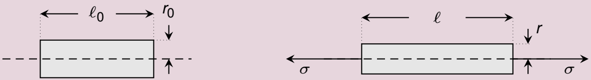
$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

-

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu \frac{\sigma}{E}$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

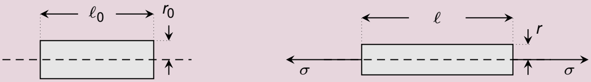
$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- $$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

  $$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

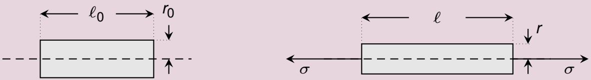
$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- On simplifie

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}$$

Episode macroscopique en élasticité

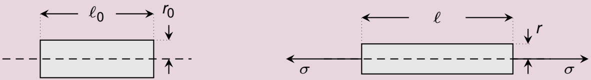


- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

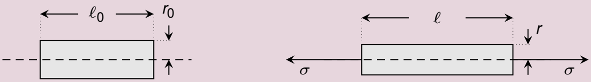
$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln\frac{\ell}{\ell_0}$ (taux de déf. réel)*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

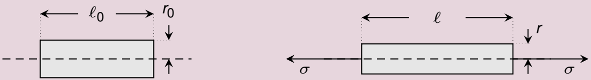
$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

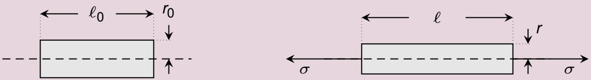
$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu \frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel).*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{(Hooke)}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{r}{r_0} = -\nu \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

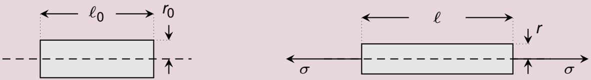
$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel).*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{(Hooke)}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

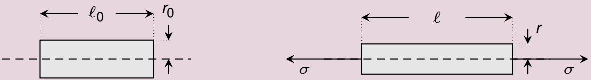
$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel). On remplace σ par $E\varepsilon$*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{(Hooke)}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

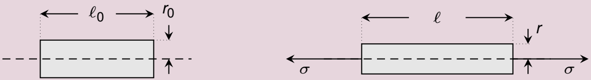
- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel). On remplace σ par $E\varepsilon$*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{(Hooke)}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$

Et on résoud pour σ (loi de Hooke)

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

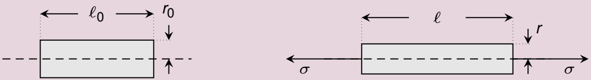
- *On simplifie puis on pose* $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ *(taux de déf. réel).* *On remplace σ par $E\varepsilon$* $\Longrightarrow \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$

Et on résoud pour σ (loi de Hooke)

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait* $n \to \infty$

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

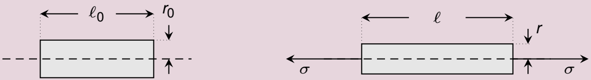
- *On simplifie puis on pose* $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ *(taux de déf. réel). On remplace* σ *par* $E\varepsilon \Longrightarrow \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon$$

On travaille avec l'équation pour les variations de dimensions latérales (loi de Poisson)

Episode macroscopique en élasticité

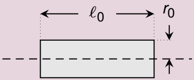


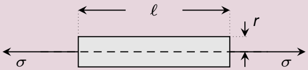
- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait* $n \to \infty$

$$
\begin{aligned}
\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad &\Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \\
r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad &\Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.
\end{aligned}
$$

- *On simplifie puis on pose* $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ *(taux de déf. réel). On remplace* σ *par* $E\varepsilon \Longrightarrow \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$

$$
\begin{aligned}
\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad &\Longrightarrow \quad \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}} \\
\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad &\Longrightarrow \quad \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon
\end{aligned}
$$





- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

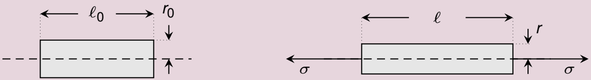
$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln\frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel). On remplace σ par $E\varepsilon \Longrightarrow \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon \Longrightarrow \frac{r}{r_0} = e^{-\nu\varepsilon} \quad \textbf{\textit{(Poisson)}}$$

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

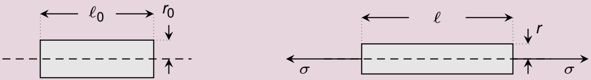
- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel). On remplace σ par $E\varepsilon \Longrightarrow \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln\frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon \Longrightarrow \frac{r}{r_0} = e^{-\nu\varepsilon} \quad \textbf{\textit{(Poisson)}}$$

On résoud pour r/r_0 (loi de Poisson)

Episode macroscopique en élasticité



- *On transforme les relations en prenant leur logarithme puis on fait $n \to \infty$*

$$\ell = \left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n \ell_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln \ell = \ln \ell_0 + n \ln\left(1 + \frac{1}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E}$$

$$r = \left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right)^n r_0 \quad \Longrightarrow \quad \ln r = \ln r_0 + n \ln\left(1 - \frac{\nu}{E}\frac{\sigma}{n}\right) = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E}.$$

- *On simplifie puis on pose $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ (taux de déf. réel). On remplace σ par $E\varepsilon \Longrightarrow \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$*

$$\ln \ell = \ln \ell_0 + \frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \textbf{\textit{(Hooke)}}$$

$$\ln r = \ln r_0 - \nu\frac{\sigma}{E} \quad \Longrightarrow \quad \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\frac{\sigma}{E} \Longrightarrow \ln \frac{r}{r_0} = -\nu\varepsilon \Longrightarrow \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon} \quad \textbf{\textit{(Poisson)}}$$

On résoud pour r/r_0 (loi de Poisson)

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_e$$

*où ε_e est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*

- *On appelle ε_e taux de déformation réel en limite élastique.*

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_e$$

*où ε_e est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*

- *On appelle ε_e taux de déformation réel en limite élastique.*

Il y a d'autres dimensions latérales que le rayon !

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_e$$

*où ε_e est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*

- *On appelle ε_e taux de déformation réel en limite élastique.*

Il y a d'autres dimensions latérales que le rayon !

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_e$$

  *où ε_e est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*
- *On appelle ε_e taux de déformation réel en limite élastique.*

Il y a d'autres dimensions latérales que le rayon !

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_e$$

  où ε_e est le taux réel en deça duquel les déformations sont ***élastiques*** *et au delà duquel elles sont* ***plastiques****.*
- *On appelle ε_e taux de déformation réel en limite élastique. Cette quantité est une caractéristique du matériau dont est fait l'échantillon mais pas seulement.*

Il y a d'autres dimensions latérales que le rayon !

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_{\mathrm{e}}$$

où ε_{e} est le taux réel en deça duquel les déformations sont ***élastiques*** *et au delà duquel elles sont* ***plastiques****.*

- *On appelle ε_{e} taux de déformation réel en limite élastique. Cette quantité est une caractéristique du matériau dont est fait l'échantillon mais pas seulement.*

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_{\mathrm{e}}$$

*où ε_{e} est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*

- *On appelle ε_{e} taux de déformation réel en limite élastique. Cette quantité est une caractéristique du matériau dont est fait l'échantillon mais pas seulement. Elle dépend de l'historique de déformation et peut être modifiée mécaniquement, c'est le phénomène d'écrouissage dont nous parlerons plus tard.*

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_{\mathrm{e}}$$

*où ε_{e} est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*

- *On appelle ε_{e} taux de déformation réel en limite élastique. Cette quantité est une caractéristique du matériau dont est fait l'échantillon mais pas seulement. Elle dépend de l'historique de déformation et peut être modifiée mécaniquement, c'est le phénomène d'écrouissage dont nous parlerons plus tard.*

Lois de Hooke et de Poisson

- *Les lois de Hooke et de Poisson sont*

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \frac{r}{r_0} = \mathbf{e}^{-\nu\varepsilon}, \quad \frac{S}{S_0} = \mathbf{e}^{-2\nu\varepsilon}, \quad \frac{V}{V_0} = \mathbf{e}^{(1-2\nu)\varepsilon}. \tag{1}$$

- *On prendra note que les lois de Hooke et de Poisson (1) ne sont valables que si*

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_{\mathrm{e}}$$

  *où ε_{e} est le taux réel en deça duquel les déformations sont **élastiques** et au delà duquel elles sont **plastiques**.*
- *On appelle ε_{e} taux de déformation réel en limite élastique. Cette quantité est une caractéristique du matériau dont est fait l'échantillon mais pas seulement. Elle dépend de l'historique de déformation et peut être modifiée mécaniquement, c'est le phénomène d'écrouissage dont nous parlerons plus tard.*

Taux de déf. nominale et loi de Hooke linéarisée

- *Le taux de déformation réel* $\varepsilon = \ln \frac{l}{\ell_0}$ *n'est pas la seule façon de mesurer la déformation. On peut aussi utiliser le taux de déformation nominal :*

$$e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \tag{2}$$

- *Vous avez peut-être vu la loi de Hooke* $\sigma = E\varepsilon$ *avec le taux nominal e à la place du taux réel* ε *:*

$$\sigma = Ee, \; e \leq e_e \quad \textbf{\textit{(loi de Hooke linéarisée)}}$$

- *Comme* $e \neq \varepsilon$, *cette nouvelle loi ne peut être vraie qu'asymptotiquement lorsque e est très petit (car alors* $\varepsilon \approx e$*). Elle a un intérêt calculatoire : elle évite l'extraction d'un logarithme pour calculer le taux de déformation lorsque* ℓ_0, ℓ *sont connus.*

- *D'une manière générale, la loi de Hooke linéarisée sous-estime les déformations de la matiète sous contrainte donnée et sur-estime les contraintes nécessaires à atteindre une déformation souhaitée.*

Taux de déf. nominale et loi de Hooke linéarisée

- *Le taux de déformation réel* $\varepsilon = \ln \frac{l}{\ell_0}$ *n'est pas la seule façon de mesurer la déformation. On peut aussi utiliser le taux de déformation nominal :*

$$e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \tag{2}$$

- *Vous avez peut-être vu la loi de Hooke* $\sigma = E\varepsilon$ *avec le taux nominal e à la place du taux réel* ε *:*

$$\sigma = Ee,\ e \leq e_e \quad \textbf{(loi de Hooke linéarisée)}$$

- *Comme* $e \neq \varepsilon$*, cette nouvelle loi ne peut être vraie qu'asymptotiquement lorsque e est très petit (car alors* $\varepsilon \approx e$*). Elle a un intérêt calculatoire : elle évite l'extraction d'un logarithme pour calculer le taux de déformation lorsque* ℓ_0, ℓ *sont connus. Mais on verra qu'elle conduit à des prédictions aberrantes comme une* ***diminution de la déformabilité de la matière sous précontraintes*** *(cf.exos).*
- *D'une manière générale, la loi de Hooke linéarisée sous-estime les déformations de la matiète sous contrainte donnée et sur-estime les contraintes nécessaires à atteindre une déformation souhaitée.*

Taux de déf. nominale et loi de Hooke linéarisée

- *Le taux de déformation réel* $\varepsilon = \ln \frac{l}{\ell_0}$ *n'est pas la seule façon de mesurer la déformation. On peut aussi utiliser le taux de déformation nominal :*

$$e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \quad (2)$$

- *Vous avez peut-être vu la loi de Hooke* $\sigma = E\varepsilon$ *avec le taux nominal e à la place du taux réel* ε *:*

$$\sigma = Ee,\ e \leq e_e \quad \textbf{\textit{(loi de Hooke linéarisée)}}$$

- *Comme* $e \neq \varepsilon$*, cette nouvelle loi ne peut être vraie qu'asymptotiquement lorsque e est très petit (car alors* $\varepsilon \approx e$*). Elle a un intérêt calculatoire : elle évite l'extraction d'un logarithme pour calculer le taux de déformation lorsque* ℓ_0, ℓ *sont connus. Mais on verra qu'elle conduit à des prédictions aberrantes comme une **diminution de la déformabilité** de la matière sous précontraintes (cf.exos).*
- *D'une manière générale, la loi de Hooke linéarisée sous-estime les déformations de la matiète sous contrainte donnée et sur-estime les contraintes nécessaires à atteindre une déformation souhaitée.*

Taux de déf. nominale et loi de Hooke linéarisée

- *Le taux de déformation réel $\varepsilon = \ln \frac{l}{\ell_0}$ n'est pas la seule façon de mesurer la déformation. On peut aussi utiliser le taux de déformation nominal :*

$$e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \tag{2}$$

- *Vous avez peut-être vu la loi de Hooke $\sigma = E\varepsilon$ avec le taux nominal e à la place du taux réel ε :*

$$\sigma = Ee,\ e \leq e_e \quad \textit{\textbf{(loi de Hooke linéarisée)}}$$

- *Comme $e \neq \varepsilon$, cette nouvelle loi ne peut être vraie qu'asymptotiquement lorsque e est très petit (car alors $\varepsilon \approx e$). Elle a un intérêt calculatoire : elle évite l'extraction d'un logarithme pour calculer le taux de déformation lorsque ℓ_0, ℓ sont connus. Mais on verra qu'elle conduit à des prédictions aberrantes comme une* ***diminution de la déformabilité*** *de la matière sous précontraintes (cf.exos).*
- *D'une manière générale, la loi de Hooke linéarisée sous-estime les déformations de la matiète sous contrainte donnée et sur-estime les contraintes nécessaires à atteindre une déformation souhaitée.*

▸ Diminution de la déformabilité sous la loi de Hooke linéarisé

Taux de déf. nominale et loi de Hooke linéarisée

- *Le taux de déformation réel* $\varepsilon = \ln \frac{l}{\ell_0}$ *n'est pas la seule façon de mesurer la déformation. On peut aussi utiliser le taux de déformation nominal :*

$$e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \tag{2}$$

- *Vous avez peut-être vu la loi de Hooke* $\sigma = E\varepsilon$ *avec le taux nominal e à la place du taux réel* ε *:*

$$\sigma = Ee, \; e \leq e_e \quad \textbf{\textit{(loi de Hooke linéarisée)}}$$

- *Comme* $e \neq \varepsilon$*, cette nouvelle loi ne peut être vraie qu'asymptotiquement lorsque e est très petit (car alors* $\varepsilon \approx e$*). Elle a un intérêt calculatoire : elle évite l'extraction d'un logarithme pour calculer le taux de déformation lorsque* ℓ_0, ℓ *sont connus. Mais on verra qu'elle conduit à des prédictions aberrantes comme une* ***diminution de la déformabilité*** *de la matière sous précontraintes (cf.exos).*
- *D'une manière générale, la loi de Hooke linéarisée sous-estime les déformations de la matiète sous contrainte donnée et sur-estime les contraintes nécessaires à atteindre une déformation souhaitée.*

Taux de déf. nominale et loi de Hooke linéarisée

- *Le taux de déformation réel* $\varepsilon = \ln \frac{l}{\ell_0}$ *n'est pas la seule façon de mesurer la déformation. On peut aussi utiliser le taux de déformation nominal :*

$$e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \tag{2}$$

- *Vous avez peut-être vu la loi de Hooke* $\sigma = E\varepsilon$ *avec le taux nominal e à la place du taux réel* ε *:*

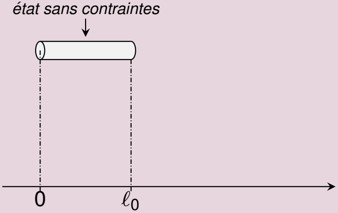
$$\sigma = Ee, \; e \leq e_{\mathrm{e}} \quad \textbf{\textit{(loi de Hooke linéarisée)}}$$

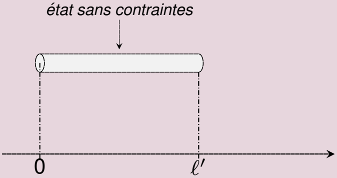
- *Comme* $e \neq \varepsilon$*, cette nouvelle loi ne peut être vraie qu'asymptotiquement lorsque e est très petit (car alors* $\varepsilon \approx e$*). Elle a un intérêt calculatoire : elle évite l'extraction d'un logarithme pour calculer le taux de déformation lorsque* ℓ_0, ℓ *sont connus. Mais on verra qu'elle conduit à des prédictions aberrantes comme une* ***diminution de la déformabilité*** *de la matière sous précontraintes (cf.exos).*
- *D'une manière générale, la loi de Hooke linéarisée sous-estime les déformations de la matiète sous contrainte donnée et sur-estime les contraintes nécessaires à atteindre une déformation souhaitée.*

ANNEXES, TABLES ET BIBLIOGRAPHIE

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non





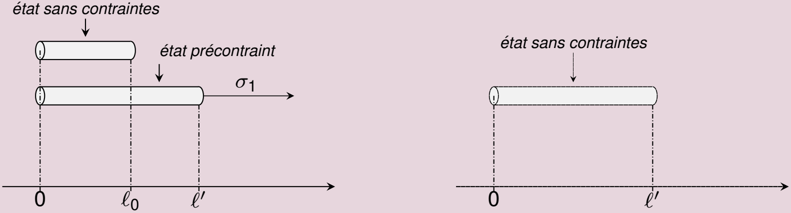
- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité.*

Résultats

Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non

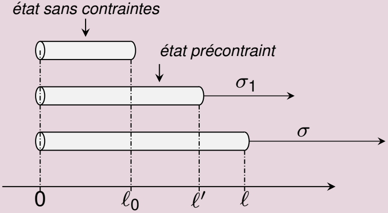


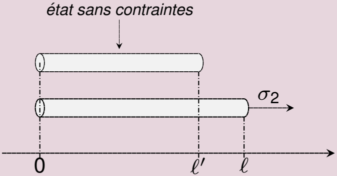
- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que:*

Résultats

Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :

Une barre précontrainte l'autre non





- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

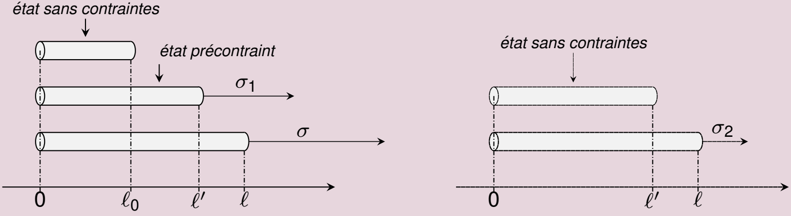
$$\sigma = \sigma_1$$

Résultats

Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité.*
  Cela veut dire qu'il faut que

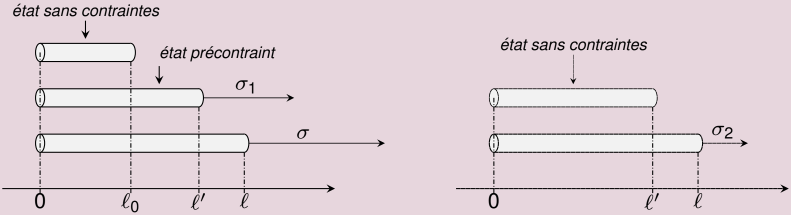
$$\sigma - \sigma_1$$

Résultats

Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

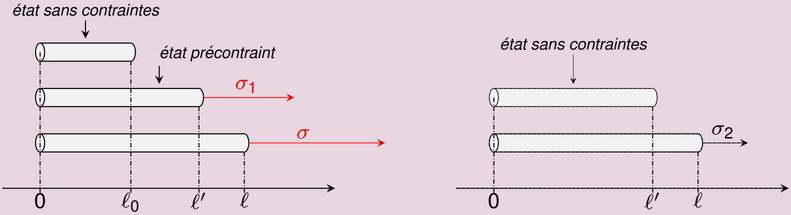
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats

Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

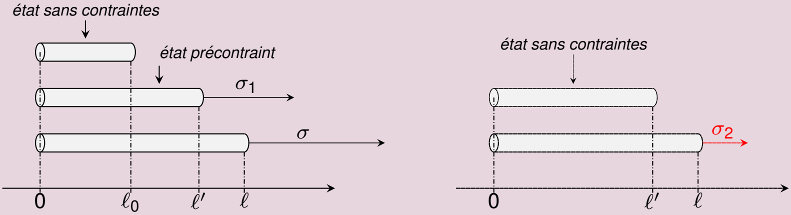
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats

Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ $(\sigma = E\varepsilon)$:

Cette quantité représente l'accroissement de contraintes sur la barre précontrainte

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

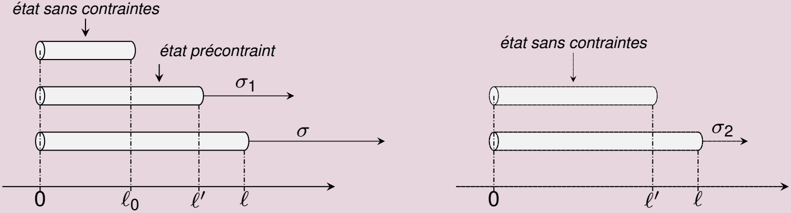
Résultats

Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :

Cette quantité représente la contrainte appliqué à la barre non-précontrainte

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



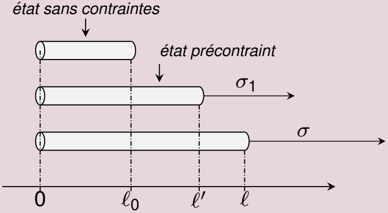
- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

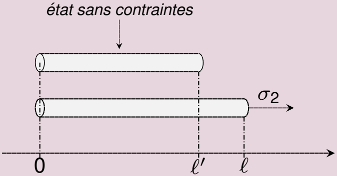
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
[illegible]	*pas OK*	[illegible]

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non





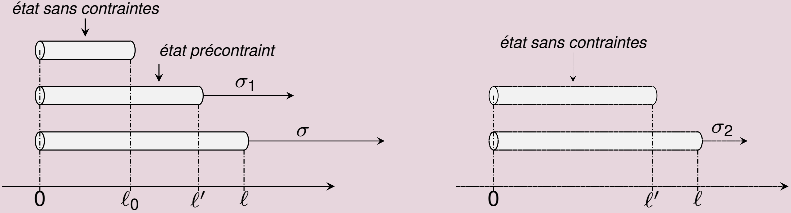
- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$: ($\sigma = Ee$) :	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



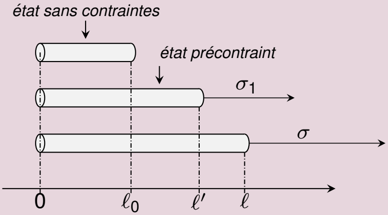
- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

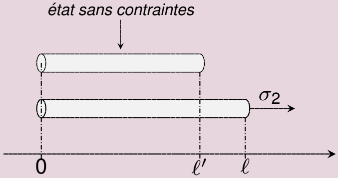
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ *(*$\sigma = E\varepsilon$*) :*	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$ *: (*$\sigma = Ee$*) :*	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non





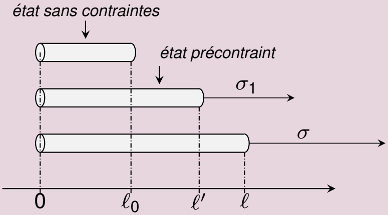
- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

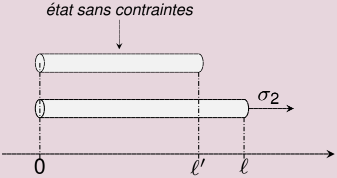
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ *(*$\sigma = E\varepsilon$*) :*	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$ *: (*$\sigma = Ee$*) :*	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non





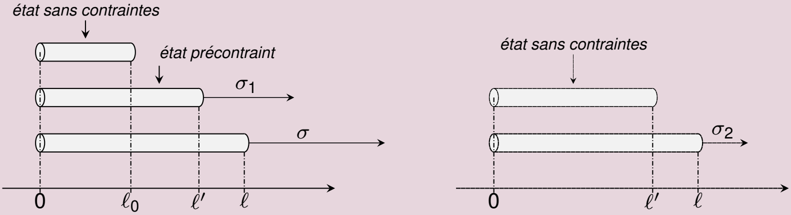
- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ *(*$\sigma = E\varepsilon$*) :*	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$ *: (*$\sigma = Ee$*) :*	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

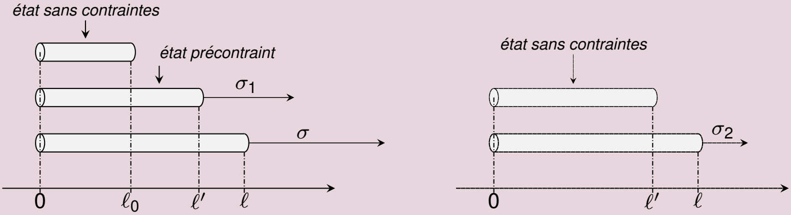
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

	Résultats	
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$: ($\sigma = Ee$) :	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

C'est donc la dépendance linéaire entre ε et σ qui fonctionne

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

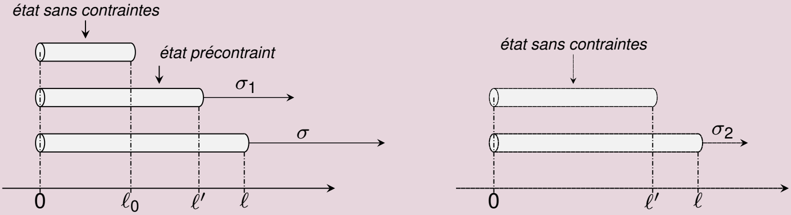
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$: ($\sigma = Ee$) :	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

L'autre est non linéaire : $\sigma = E(e^{\varepsilon} - 1)$

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

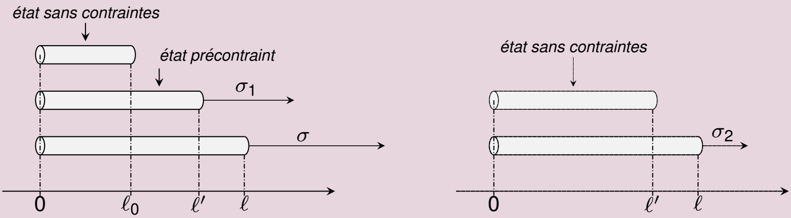
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ *(*$\sigma = E\varepsilon$*) :*	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$ *: (*$\sigma = Ee$*) :*	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

L'autre est non linéaire : $\sigma = E(\mathbf{e}^{\varepsilon} - 1)$ et elle ne fonctionne pas

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

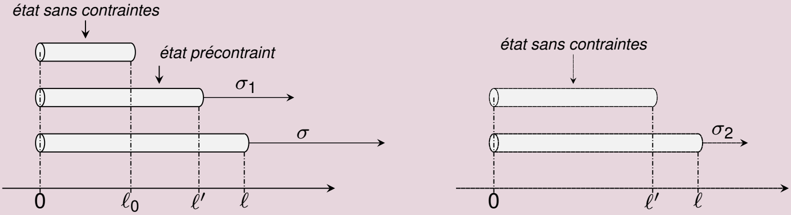
$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

Résultats		
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ ($\sigma = E\varepsilon$) :	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$: ($\sigma = Ee$) :	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

L'autre est non linéaire : $\sigma = E(\mathbf{e}^{\varepsilon} - 1)$ et elle ne fonctionne pas

Linearité de la fonction $\sigma(\varepsilon)$ en élasticité

Une barre précontrainte l'autre non



- *Si toutes les déformations sont élastiques les deux barres ont la même déformabilité. Cela veut dire qu'il faut que*

$$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$$

	Résultats	
Si on dit que $\sigma \propto \varepsilon$ *(*$\sigma = E\varepsilon$*) :*	*OK :*	$\sigma - \sigma_1 = \sigma_2$
Si on dit que $\sigma \propto e$ *: (*$\sigma = Ee$*) :*	*pas OK :*	$\sigma - \sigma_1 \gg \sigma_2$

retour