$$\begin{cases} x + 2y = 5 & (i) \\ 3x - y = 1 & (ii) \end{cases}$$

Ce système peut être mis sous la forme :

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot x + 2y \\ 3 \cdot x - 1y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

En posant :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On a la forme matricielle $AX = B$

On cherche $X = A^{-1} B$

Donc rechercher A^{-1}

Si A est une matrice 2×2 utiliser simplement :

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Donc : $$A^{-1} = \frac{1}{1 \cdot (-1) - 2 \cdot 3} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/7 & 2/7 \\ 3/7 & -1/7 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1/7 & 2/7 \\ 3/7 & -1/7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/7 + 2/7 \\ 15/7 - 1/7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Solution : $x = 1$, $y = 2$

Preuve : (par exemple avec (i))

$$1 + 2 \cdot (2) = 1 + 4 = 5 \checkmark$$