

Ex 1.

La seule matrice échelonnée réduite est la matrice A et C.

---

Ex 2.

En utilisant la fonction rref, on trouve:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/9 & 0 \\ 0 & 1 & 2/9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$


---

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ex 3.

1. a. Matrice des coefficients

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -4 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

b. Matrice augmentée

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -3 & 5 \\ 3 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 8 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 3 & 2 & 1 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & -8 & 7 \end{array} \right)$$


---

Ex 4.

$$\begin{cases} x + \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}z - \frac{4}{3}u = \frac{1}{3} \\ y - \frac{2}{5}z + 4 = -1 \end{cases}$$


---

Ex 5.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ -0.6 & 1.2 & -1 \\ -0.4 & -0.2 & 0 \end{pmatrix}$$


---

Ex 6.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

1.  $X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

2.  $Y = B \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & 5 \\ -14 & 9 \end{pmatrix}$

Ex 7.

1.  $X = A^{-1}(C-B) = \begin{pmatrix} 20 & -5 \\ -34 & 7 \end{pmatrix}$

2.  $Y = -(A-I)^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

Ex 8.

1. 1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ . On a  $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix}$ .

Donc  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$  Temps de calcul: 0.061 [s]

2.  $M_{\text{aug}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & -2 & 13 \end{pmatrix}$ , la matrice échelonnée réduite:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Temps de calcul: 0.25 [s]

2.  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$  1. Temps de calcul: 0.06131 [s]  
2. Temps de calcul: 0.26 [s]

3. Il n'est pas possible d'inverser la matrice  
La matrice échelonnée réduite:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1.4 & 0 \\ 0 & 1 & -0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  } il n'y a pas solution

4. Il n'est pas possible d'inverser la matrice  
La matrice échelonnée réduite:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . On a donc:  
 $x - 2z = 0$   
 $y + z = 0$

Solutions:  $x=2c, y=-c, z=c, c \in \mathbb{R}$ .