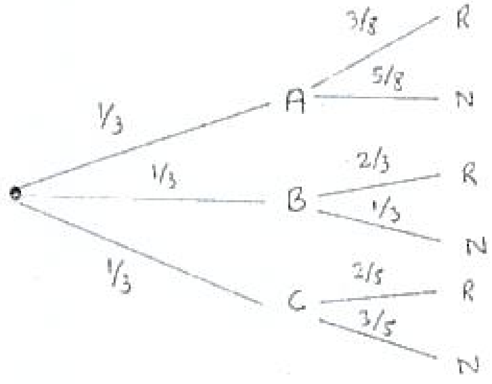
Réponses — Série 5 — Probabilités

Ex 1.

Construisons un diagramme en arbre



On cherche $P(A/R)$. Pour calculer cette probabilité il est nécessaire en premier lieu de calculer $P(A \cap R)$ et $P(R)$.

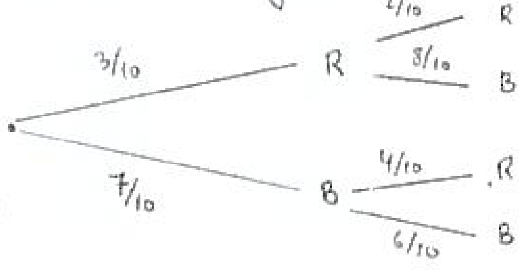
En se référant au diagramme $P(A \cap R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

De plus, comme il y a trois chemins qui mènent à une bille rouge :

$$P(R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{173}{360}$$

Donc $$P(A/R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{173}{360}} = \frac{45}{173}$$

Ex Construisons un diagramme en arbre



1. Deux chemins du diagramme mènent à une bille rouge

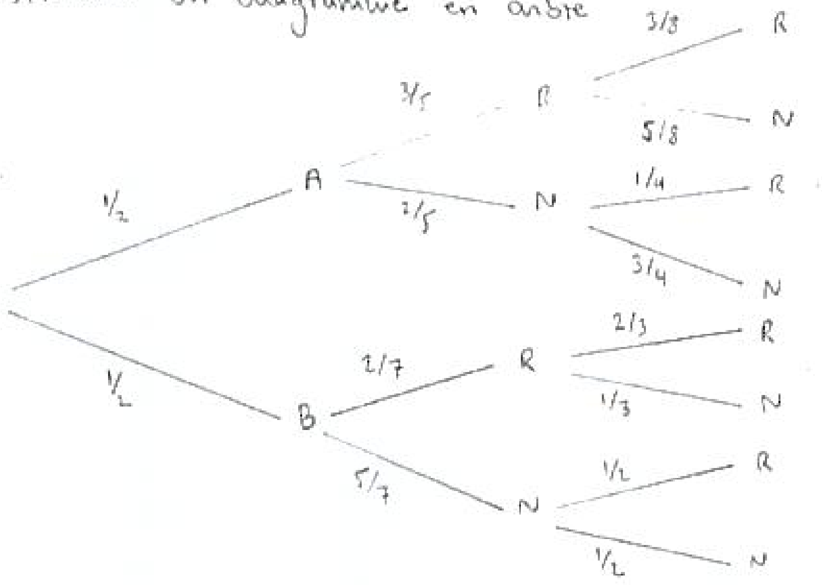
$$p = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{17}{50}$$

2. On veut calculer $P(\text{2 billes blanches / 2 billes même couleur}) = \frac{P(\text{2 billes blanches})}{P(\text{2 billes même couleur})}$

$$= \frac{\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10}} = \frac{7}{8}$$

Ex 3.

Construisons un diagramme en arbre

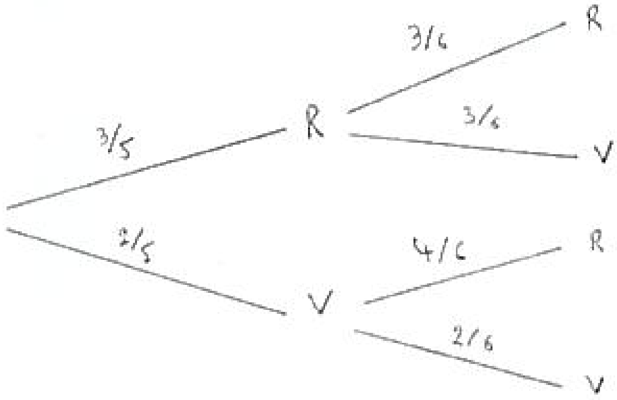


Comme il y a 4 chemins qui mènent à deux billes de la même couleur:

$$P = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{1}{2} = \frac{901}{1680}$$

Ex 4.

Construisons un diagramme de la situation:



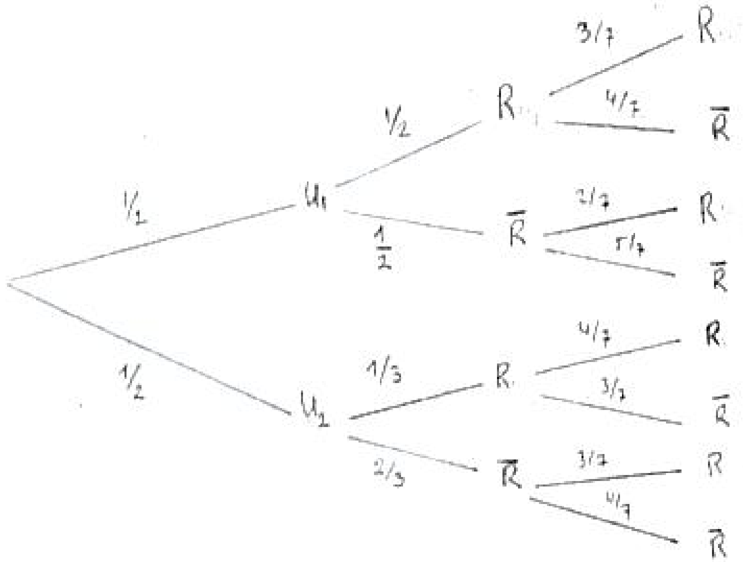
1. $P(2^{eme}\text{ bille } R) = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6} + \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{6} = 0.5\bar{6}$

2. $P(2^{eme}\text{ bille } R \mid 1^{ere}\text{ bille } R) = \dfrac{P(R \text{ et } R)}{P(1^{ere}\text{ bille } R)} = \dfrac{\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$

3. $P(1^{ere}\text{ bille } R \mid 2^{eme}\text{ bille } R) = \dfrac{P(R \text{ et } R)}{P(2^{eme}\text{ bille } R)} = \dfrac{\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6}}{0.5\bar{6}} = 0.17$

Ex 5.

Construisons un diagramme en arbre



1. Il existe 4 chemins qui mènent à une bille rouge:

$P(R) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{7} = \frac{3}{28} + \frac{2}{28} + \frac{4}{42} + \frac{6}{42} = \frac{5}{12} = 0.41\overline{6}$

2. $P(\text{bille Rouge} \mid 1^{ère} \text{ bille Rouge}) = \dfrac{P(\text{les 2 billes sont rouges})}{P(1^{ère} \text{ bille est rouge})} = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{7}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}} = 0.4857$

3. $P(\text{bille rouge} / \text{urne } U_1) = \dfrac{P(\text{bille rouge et urne } U_1)}{P(\text{urne } U_1)} = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7}}{1/2} = 0.35$

4. $P(\text{urne } U_1 \mid \text{bille rouge}) = \dfrac{P(\text{bille rouge et urne } U_1)}{P(\text{bille rouge})} = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7}}{\frac{5}{12}} = \frac{12}{28} = 0.42$