Ex 1.

1. Soit $P(1) = p$. On a alors $P(2) = 2p$, $P(3) = 3p$, $P(4) = 4p$, $P(5) = 5p$ et $P(6) = 6p$. Comme la somme des probabilités doit être égale à 1, on a $p + 2p + 3p + 4p + 5p + 6p = 1$ ou $p = 1/21$. De sorte que $P(1) = \frac{1}{21}$, $P(2) = \frac{2}{21}$, $P(3) = \frac{3}{21}$, $P(4) = \frac{4}{21}$, $P(5) = \frac{5}{21}$ et $P(6) = \frac{2}{7}$

2. $P(A) = P(\{2,4,6\}) = \frac{4}{7}$, $P(B) = P(\{2,3,5\}) = \frac{10}{21}$, $P(C) = P(\{1;3;5\}) = \frac{3}{7}$.

3. L'événement tel qu'un nombre pair ou premier apparaisse est $A \cup B = \{2,4;6;3,5\}$, ce qui revient à dire que 1 ne doit pas apparaître. D'où $P(A \cup B) = 1 - P(1) = \frac{20}{21}$

4. L'événement tel qu'un nombre premier impair apparaisse est $B \cap C = \{3;5\}$. D'où $P(B \cap C) = P(\{3;5\}) = \frac{8}{21}$.

5. L'événement tel que A mais non B se produise est $A \cap \overline{B} = \{4;6\}$. D'où $P(A \cap \overline{B}) = P(\{4;6\}) = \frac{10}{21}$

Ex 2.

1. $P(A) = \frac{3}{10}$ 2. $P(B) = \frac{3}{10}$ 3. $P(A \cap B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$

4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} - \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$

Ex 3.

Notons: A = "étudie le français", B = "étudie l'espagnol".

$P(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$ et $P(A \cap B) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

2. $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Ex 4.

$P(M) = P(\text{assuré contre la maladie}) = 300/400 = 3/4 = 0.75$.
$P(A) = P(\text{assuré contre les accidents}) = 160/400 = 2/5 = 0.4$.
$P(A \cap M) = P(\text{assuré contre la maladie et les accidents}) = 120/400 = 3/10 = 0.3$.
On a donc les résultats suivants:
a. $P(\overline{A} \cap M) = P(M) - P(A \cap M) = 0.75 - 0.3 = 0.45$
b. $P(A \cup M) = P(M) + P(A) - P(A \cap M) = 0.4 + 0.75 - 0.3 = 0.85$
c. $P(\overline{A} \cap \overline{M}) = 1 - P(A \cup M) = 1 - 0.85 = 0.15$

Ex 5.

On a $P(p_0) = 233/780$, $P(p_1) = 310/780$, $P(p_2) = 156/780$ et $P(p_3) = 81/780$.
On a donc les résultats suivants:
a. $P(\text{tomber en panne au moins une fois}) = 1 - P(p_0) = 0.701$.
b. $P(\text{tomber en panne moins de deux fois}) = P(p_0) + P(p_1) = 0.696$.

Ex 6.

L = "parle latin", I = "parle italien", A = "parle anglais"
$P(L) = \frac{3}{5}$, $P(I) = \frac{2}{5}$ et $P(A) = \frac{9}{50}$.
De plus, $P(L \cap I) = \frac{8}{25}$, $P(L \cap A) = \frac{3}{25}$, $P(I \cap A) = \frac{2}{25}$ et $P(L \cap I \cap A) = \frac{1}{25}$
1. $P(\text{exactement 2 langues}) = P(L \cap I) + P(L \cap A) + P(I \cap A) - 3P(L \cap I \cap A) = \frac{2}{5}$
2. $P(\text{au moins une langue}) = 1 - P(\text{0 langue}) = \ldots$
$= \{P(L) + P(I) + P(A) - P(L \cap I) - P(L \cap A) - P(I \cap A) + P(L \cap I \cap A)\} = \frac{7}{10}$

Ex 7.

R = "réglage supplémentaire". $P(R) = 0.05$
$P(\text{plus de 2 réglages sur 10 appareils}) = 1 - \{P(0R) + P(1R) + P(2R)\}$
$= 1 - \{(0.95)^{10} + 10 \cdot (0.95)^9 \cdot 0.05 + 45 \cdot (0.95)^8 \cdot (0.05)^2\} = 0.0115$

Ex 8.

B = "boisson correcte", T = "température correcte", $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(T) = \frac{2}{3}$
$P(B \cap T) = P(B) \cdot P(T) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, $P(\overline{B \cap T}) = 1 - P(B \cap T) = \frac{2}{3}$
$P(3\ \overline{B \cap T}) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 0.296$

Ex 9

On a $P(Y) = 0.4$, $P(O) = 0.8$, $P(Y \text{ et } O) = 0.3$.
$P(Y) = P(Y \text{ et } O) + P(Y \text{ et } \overline{O}) = 0.4$. Donc $P(Y \text{ et } \overline{O}) = 0.4 - P(Y \text{ et } O) = 0.1$.
$P(O) = P(Y \text{ et } O) + P(\overline{Y} \text{ et } O) = 0.8$. Donc $P(\overline{Y} \text{ et } O) = 0.8 - P(Y \text{ et } O) = 0.5$.
On obtient donc les résultats suivants:
a. $P(Y \text{ et } \overline{O}) = 0.1$.
b. $P(\overline{Y} \text{ et } O) = 0.5$.
c. $P(\overline{Y} \text{ et } \overline{O}) = 1 - P(Y \text{ ou } O)$.
Or $P(Y \text{ ou } O) = P(Y) + P(O) - P(Y \text{ et } O) = 0.4 + 0.8 - 0.3 = 0.9$.
Donc $P(\overline{Y} \text{ et } \overline{O}) = 1 - 0.9 = 0.1$.