Analyse combinatoire

	répétitions	
	sans	avec
permutations	$P_n = n!$	$P_n^{k_1,k_2,\ldots,k_m} = \dfrac{n!}{k_1!k_2!\ldots k_m!}$
arrangements	$A_k^n = \dfrac{n!}{(n-k)!}$	$\overline{A}_k^n = n^k$
combinaisons	$C_k^n = \binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$	$\overline{C}_k^n = \binom{n+k-1}{k} = \dfrac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$

Probabilité

Une probabilité P vérifie les propriétés suivantes.

1. $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$
2. $P(\Omega) = 1$
3. $A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

De plus,

1. $P(\emptyset) = 0$
2. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
3. $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$
4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
5. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$
6. Si $\forall i, \forall j, i \neq j, A_i \cap A_j = \emptyset$
   alors $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_k)$.
7. Si $A \subseteq B$, alors $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A)$.
8. Si $A \subseteq B$, alors $P(A) \leqslant P(B)$.

On dit que A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Probabilité conditionnelle

Soient deux événements A et B d'un espace Ω avec $P(B) \neq 0$.
La probabilité conditionnelle de l'événement "A si B" (ou "A sachant B") est le quotient

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Théorème de Bayes (partition)

Soit E un ensemble. Une partition de E est une famille H_1, H_2, ... , H_k de k sous-ensembles de E deux à deux disjoints dont la réunion est E.
Autrement dit,

$$H_i \cap H_j = \emptyset \quad \forall i \neq j\,,$$
$$E = H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_k\,.$$

Soit l'événement A dans l'espace fondamental E. Alors

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(H_1)P(A|H_1) + \ldots + P(H_k)P(A|H_k)}$$